

## مدل ریاضی محاسبه نرخ فرسایش دیواره رودخانه

### مطالعه موردی: رودخانه زاینده‌رود

سمیرا رضاپوریان قهفرخی<sup>۱</sup>، محمد مهدی احمدی<sup>۲\*</sup>، کوروش قادری<sup>۳</sup>

تاریخ ارسال: ۱۳۹۵/۰۸/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۲/۱۵

مقاله پژوهشی و کاربردی

#### چکیده

فرسایش دیواره بدلیل فرسایش سطحی در نتیجه نیروهای هیدرولیکی جریان و تخریب دیواره بدلیل اثر نیروی ثقل است. به این دلیل که میزان نیروی مقاوم دیواره در مقابل فرسایش با درصد اشباع دیواره تغییر می‌کند، احتمال تخریب دیواره به احتمال بیشتر شدن نیروهای وارده به دیواره از نیروی مقاوم دیواره بستگی دارد. درجه اشباع دیواره رودخانه با افزایش تراز آب افزایش می‌یابد، بنابراین احتمال تخریب دیواره با احتمال وقوع سیلاب همبستگی دارد. بنابراین نرخ فرسایش دیواره رودخانه یک پدیده احتمالاتی است. در این تحقیق مدلی ریاضی برای پیش‌بینی میزان فرسایش دیواره رودخانه توسعه داده شده است. این مدل بر مبنای روش پیشنهاد شده توسط (Duan (2005 می‌باشد. از مدل توسعه داده شده برای محاسبه میزان فرسایش در یک محدوده‌ی پیچان‌رودی از رودخانه زاینده‌رود استفاده گردیده است. نتایج خروجی از مدل، نرخ فرسایش ۰/۴ متر بر سال دیواره رودخانه را برآورد نموده است که نشان دهنده ناپایداری رودخانه در این محدوده است.

واژه‌های کلیدی: دینامیک رودخانه، مهاجرت رودخانه، زاینده‌رود، فرسایش، مدل ریاضی.

۱- دانشجوی دکتری سازه های آبی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران، تلفن تماس:

۰۹۱۳۲۸۳۷۴۴۱، پست الکترونیک: Palmy458@gmail.com

۲- استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران، تلفن تماس: ۰۹۱۵۵۵۱۶۲۷۰، پست الکترونیک:

ahmadi\_mm@uk.ac.ir

\* نویسنده مسئول

۳- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران، تلفن تماس: ۰۹۱۲۷۱۵۴۷۳۴، پست الکترونیک:

kouroshqaderi@uk.ac.ir



## مقدمه

در چند دهه اخیر محققین و مهندسیین فرایندهای رودخانه‌های طبیعی را مورد بررسی قرار داده‌اند. (Termini, 2015). رودخانه‌های طبیعی در حالت تعادل کف‌کنی و بالآمدگی بستر نخواهند داشت اما در نتیجه عدم پایداری دیواره، فرسایش در آن اتفاق می‌افتد (Duan, 2005). ذرات رسوبی قرار گرفته در بستر و دیواره رودخانه‌ها توسط جریان حمل می‌شوند، چنانچه میزان رسوب انتقالی بیشتر از ذرات ته‌نشین شده باشد، فرسایش رخ می‌دهد در غیر این صورت رسوب‌گذاری مشاهده می‌شود (Garcia and Parker, 1991). زمانی که میزان رسوب حمل شده توسط جریان و ته‌نشین شده یکسان باشد، رودخانه دارای تعادل می‌باشد در نتیجه بستر و دیواره آن پایدار باقی می‌مانند (Duan, 2005).

در رودخانه‌های دارای تعادل، فرسایش دیواره (bank erosion) می‌تواند یک مکانیسم طبیعی تنظیمی باشد (Biedenharn et al., 1997). لذا رودخانه‌های آبرفتی جهت رسیدن به تعادل علاوه بر تغییرات در کف دارای تغییرات در پلان نیز می‌باشند. تغییرات در پلان رودخانه از طریق فرسایش در یک دیواره و رسوب‌گذاری در دیواره دیگر ایجاد می‌شود. این دو فرآیند در رودخانه‌های پیچان‌رودی موجب جابجایی عرضی و مهاجرت طولی رودخانه می‌شود (Xu and Bai, 2013).

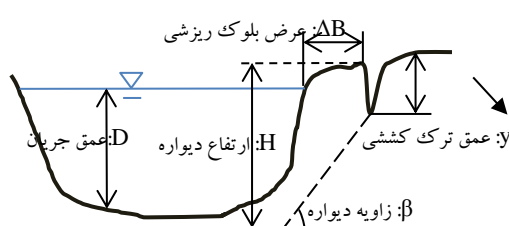
فرسایش و ریزش دیواره از پدیده‌های رایج مخرب در دیواره رودخانه‌ها می‌باشند و تحت تاثیر نیروهای هیدرولیکی موثر بر سطح دیواره و ناپایداری‌های ژئوتکنیکی ایجاد می‌شوند. (Hooke, 1980) نرخ فرسایش دیواره رودخانه را در رودخانه‌های جنوب شرقی انگلستان با استفاده از نقشه و اندازه‌گیری‌های میدانی بین ۰/۰۸ تا ۱/۱۸ (m/y) گزارش داد. (Osman and Thorne, 1988) مدلی برای آنالیز پایداری دیواره رودخانه ارائه دادند و در آن فرسایش پایه دیواره (basal erosion) رودخانه را مرتبط با

ریزش دیواره (bank failure) در نظر گرفتند. در این مدل زاویه ریزش و حجم بلوک ریزشی در مواد چسبنده دیواره رودخانه محاسبه می‌گردد و همچنان توسط محققین مورد استفاده قرار می‌گیرد. (Darby and Thorne, 1996) ثبات دیواره رودخانه را تابعی از درجه ایمنی مشخص شده برای بافت خاک دانسته‌اند.

شبیه‌سازی فرسایش دیواره رودخانه‌ها تاکنون در دو گروه روش‌های عددی و تحلیلی انجام شده است. محققینی از قبیل (Nagata Jia and Wang, 1999) و (et al., 2000) و (Kondo et al., 2009) فرسایش دیواره رودخانه را بصورت عددی مدل‌سازی کرده‌اند. (Duan et al., 2001) یک روش تحلیلی دو بعدی برای پیش‌بینی میزان فرسایش پایه دیواره رودخانه ارائه نمودند و آن را در یک مدل متوسط عمقی دو بعدی برای شبیه‌سازی فرسایش و مهاجرت و جابجایی رودخانه‌ها آبرفتی بکار بردند. در این مدل فرسایش پایه دیواره رودخانه تابعی از قدرت انتقال رسوب توسط جریان، قدرت جریان‌های ثانویه و رسوب فرسایش یافته از دیواره‌های رودخانه در نظر گرفته شده است. (Darby et al., 2002) یک مدل فیزیکی جدید برای فرسایش دیواره ارائه کردند و برای پیش‌بینی تکامل پیچان‌رودها فرسایش پایه در مواد چسبنده، ریزش دیواره، انتقال و تجمع مواد فرسایش یافته را شبیه‌سازی نمودند. آنها احتمال وقوع سیلاب که منجر به ریزش دیواره می‌شود را در مدل خود در نظر نگرفتند. بنابراین مقایسه عملکرد مدل با نتایج آزمایشگاهی و مشاهدات حاصل از رودخانه‌های طبیعی، نرخ فرسایش محاسبه شده توسط مدل را کمتر از مقدار واقعی نشان داد. در ادامه (Crosato, 2008) نرخ فرسایش دیواره را متناسب با سرعت و عمق مازاد (سرعت و عمق بالاتر از مقادیر متوسط) در نزدیک دیواره، تحت جریان یکنواخت در نظر گرفت. اما استفاده از این مدل نیازمند کالیبراسیون بسیار دقیقی برای به‌دست آوردن نتایج قابل تطبیق با مشاهدات می‌باشد. (Ponser, 2011) نرخ فرسایش دیواره با سرعت مازاد را به‌صورت خطی در نظر گرفت و مدل توسعه‌یافته‌ای برای پیش‌بینی تکامل پروفیل

است. فرسایش دیواره موجب جابجایی پروفیل طولی، کاهش کارایی رودخانه و زمین‌های اطراف آن می‌شود. به‌منظور محاسبه میزان فرسایش دیواره توسط مدل ریاضی نوشته شده، مجموعه‌ای از مشخصات هیدرولیکی جریان، پارامترهای رسوبی و مشخصات هندسی دیواره مورد نیاز است. مشخصات هندسی شامل: ارتفاع دیواره، عمق ترک کششی و زاویه اولیه دیواره، مشخصات مکانیکی مواد دیواره و بستر شامل: زاویه ایستایی مواد دیواره، ضریب چسبندگی موثر این مواد در دو حالت خشک و اشباع و متوسط اندازه ذرات مواد بستر و دیواره، مشخصات هیدرولیکی جریان شامل: سرعت جریان یا دبی عبوری، ضریب مانینگ، شیب کف کانال، غلظت رسوبات معلق نزدیک دیواره و سری زمانی از دبی‌های ثبت شده رودخانه، می‌باشد.

عمق ترک کششی در دیواره رودخانه توسط بازدید منطقه‌ای و اندازه‌گیری در فاصله بین ناحیه لنجان تا شهرزاینده‌رود به دست آمد. به کمک نقشه‌های رودخانه، ارتفاع و زاویه شیب دیواره رودخانه استخراج شدند. شکل (۱) پارامترهای هندسی، هیدرولیکی و... را نشان می‌دهد. جدول (۱) پارامترهای ژئومتری رودخانه زاینده‌رود را در بازه مورد مطالعه نشان می‌دهد.



شکل (۱): معرفی پارامترهای (هندسی، هیدرولیکی و...) در یک مقطع شماتیک از پیچان‌رود

نمونه‌ای از مواد دیواره و بستر جهت تعیین منحنی دانه‌بندی و مشخصات مکانیکی به آزمایشگاه مکانیک خاک انتقال داده شد و مورد آزمایش قرار گرفت. دانه‌بندی مواد بستر و دیواره انجام شد و مشخصات مکانیکی خاک (مانند زاویه ایستایی و چسبندگی و...) از آزمایش برش سه محوری به‌دست آمدند (جدول ۲).

طولی پیچان‌رودها به‌دست آورد. نتایج حاصل از مدل-سازی تطابق خوبی با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی نشان داد. در ادامه (Kuehn 2015) با بررسی نرخ فرسایش دیواره رودخانه میسوری آمریکا بیان داشت که در خم‌های رودخانه، ایجاد بارهای رسوبی موجب جابجایی جانبی رودخانه و افزایش میزان فرسایش دیواره رودخانه شود و این عامل باعث افزایش میزان رسوب حمل شده توسط جریان می‌گردد.

هدف تحقیق حاضر ارائه مدل توسعه یافته ریاضی بر مبنای روش تحلیلی (Duan 2005) برای برآورد میزان فرسایش می‌باشد. این مدل، فرسایش دیواره را مجموع فرسایش پایه و ریزش دیواره رودخانه در نظر می‌گیرد. علاوه بر آن ریزش دیواره به‌عنوان یک پدیده احتمالاتی وابسته به وقوع سیلاب در نظر گرفته می‌شود. این مدل با استفاده از پدیده‌های هیدرولوژیکی در رودخانه‌ها و برپایه احتمال وقوع آنها، تغییرات هندسی دیواره را محاسبه می‌کند. میزان فرسایش پایه در مواد دیواره با بکارگیری مفهوم فرسایش سطحی آنها، هنگامی که بار ذرات رسوب حمل شده توسط جریان از دیواره بیشتر از رسوب آورده و تجمع یافته است، محاسبه شده است. این مدل برای پیش‌بینی فرسایش دیواره در بازه‌ای از رودخانه زاینده‌رود، با استفاده از مجموعه اطلاعات حاصل از بازدیدهای میدانی، اندازه‌گیری‌ها و اطلاعات ثبت شده بکار گرفته شد.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

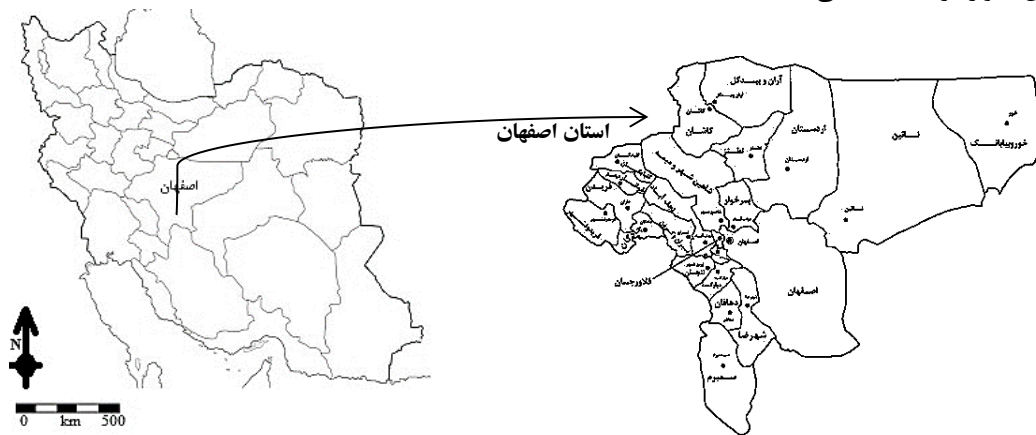
رودخانه زاینده‌رود بین منطقه لنجان با طول و عرض جغرافیایی  $۵۶^{\circ}۵۰'$  و  $۳۲^{\circ}۱۲'$  و شهر زاینده‌رود با طول و عرض جغرافیایی  $۵۱^{\circ}۱۳'$  و  $۳۲^{\circ}۲۲'$  واقع در استان اصفهان، به‌عنوان محدوده مورد مطالعه برای مدل ریاضی فرسایش مورد استفاده قرار گرفت. شکل-های (۲) و (۳) موقعیت رودخانه زاینده‌رود و محدوده مورد مطالعه را نشان می‌دهند. رودخانه زاینده‌رود یکی از منابع تامین‌کننده آب در زمین‌های کشاورزی اطراف

فرسایش دیواره در دو بخش فرسایش پایه و ریزش آن محاسبه شده است. فرسایش پایه، حجم متخلخل مواد دیواره است که توسط نیروهای هیدرولیکی فرسایش یافته است. مکانیسم اساسی ریزش صفحه‌ای دیواره به علت بخشی از فرسایش پایه آن در زیر آب است که موجب بی‌ثباتی بخش فوقانی دیواره می‌شود. این بخش هنگامی که مولفه رو به پایین وزن در نتیجه شیب، بزرگتر از مقاومت دیواره می‌شود ریزش می‌کند (Thorne, 1982). ریزش دیواره توسط عوامل طبیعی یا عوامل ساخت دست بشر آغاز می‌شود. وقوع سیلاب‌ها یکی از عوامل موثر بر ریزش دیواره می‌باشد. بنابراین فراوانی وقوع سیلاب رابطه مستقیم با ریزش دیواره دارد و این پدیده در زمان وقوع سیلاب بحرانی رخ می‌دهد. در این مدل ریاضی، از مدل ریزش صفحه-ای دیواره (Osman and Thorne, 1988) جهت محاسبه عرض بلوک و حجم مواد ریزشی

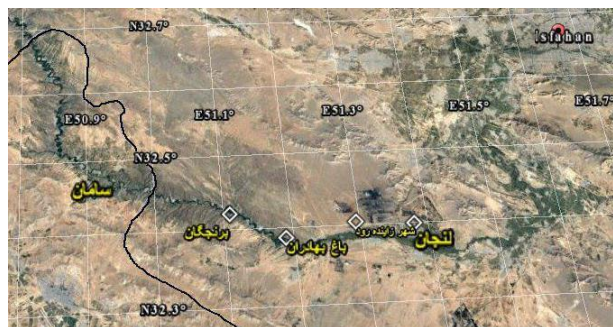
سری‌های زمانی دبی و رسوب ثبت شده از ایستگاه‌های آب‌سنجی و رسوب‌سنجی جمع‌آوری شد. یک سری از حداکثر دبی‌های سالانه در ایستگاه پل زمان خان روی رودخانه زاینده‌رود از سال ۱۳۵۰ تا ۱۳۹۱ (جدول ۳) برای محاسبه دبی بحرانی ریزش و احتمال وقوع دبی بیشتر از دبی بحرانی استفاده شد.

### تئوری مدل

در این مقاله، یک مدل ریاضی بر اساس روش تحلیلی (Duan, 2005) برای محاسبه نرخ فرسایش دیواره رودخانه زاینده‌رود توسعه داده شده است. این مدل ریاضی شامل توسعه الگوریتم روند محاسبات، نوشتن کد کامپیوتری در نرم‌افزار MATLAB و همچنین اجرا و کاربرد آن در رودخانه زاینده‌رود می‌باشد. مدل با توجه به مشخصات هندسی و هیدرولیکی رودخانه زاینده‌رود برای اولین بار میزان فرسایش دیواره را محاسبه می‌کند.



شکل (۲): موقعیت رودخانه زاینده‌رود





شکل (۳): محدوده مورد مطالعه از رودخانه زاینده رود

جدول (۱): اطلاعات حاصل از بازدید منطقه و مشخصات هندسی رودخانه زاینده رود

شیب کف کانال S	ضریب زبری مانینگ n	ارتفاع متوسط دیواره D(m)	عمق ترک کششی y(m)	زاویه دیواره $\beta^\circ$
۰/۰۰۰۱	۰/۰۲۴	۱/۸۲	۰/۳۵	۶۵

جدول (۲): مشخصات مکانیکی مواد دیواره و بستر رودخانه زاینده رود

ضریب چسبندگی اشباع $C_s(kN/m^2)$	ضریب چسبندگی خشک $C_d(kN/m^2)$	تخلخل مواد دیواره e(%)	وزن مخصوص مواد دیواره $\gamma_s(N/m^3)$	زاویه ایستایی مواد دیواره $\phi^\circ$	قطر متوسط مواد بستر $d_b(mm)$	قطر متوسط مواد دیواره $d_{50}$
۱۸/۷	۴۵	۲/۳۲	۲۵۹۹۶/۵	۳۶	۳/۴	۰/۷۴

۱۳۸۹/۴/۲۴	۵۹/۴
۱۳۹۰/۷/۲۵	۸۵/۴
۱۳۹۱/۴/۲۱	۸۶/۷

استفاده شده است. جهت تجزیه و تحلیل فراوانی وقوع سیلاب از توزیع آماری لوگ پیرسون تیپ III و بر اساس روش ارائه شده در (Maidment 1993) استفاده شد.

فرسایش پایه همراه با انتقال رسوبات ریزش کرده از سطح دیواره موجب افزایش ناپایداری در آن می شود. میزان فرسایش دیواره توسط اندازه بلوک ریزش یافته مشخص می شود که متناسب با کل زمان مورد نیاز برای فرسایش پایه و ریزش دیواره است. عمق شکاف کششی در طول فرسایش پایه افزایش می یابد (Duan, 2005) و یکی از عوامل موثر بر میزان فرسایش دیواره می باشد. در گام اول محاسبات، در مدل نوشته شده ضریب فرسایش پایه با توجه به پارامترهای جریان و اطلاعات رسوبی از معادله (۱) محاسبه می شود.

$$E \quad (1)$$

$$= \sin \bar{\beta} \sqrt{\frac{\hat{C}_l}{3\rho_s}} \left(1 - \frac{C}{C_*} \cos \bar{\beta}\right)$$

$$\hat{C}_l = C_l \ln^2 \left( \frac{0.35d}{k_s} \right) / \kappa^2 \quad (2)$$

که در آن:

E: ضریب فرسایش پایه

$\hat{C}_l$ : ضریب نیروی بالا برنده است که با استفاده از معادله (۲) و ضریب ثابت  $C_l = 0.178$  و  $k_s = d$  که ارتفاع زبری معادل با قطر متوسط ذرات شن و K ثابت وان کارمن، قابل محاسبه است.

$\bar{\beta}$ : زاویه متوسط دیواره

$\frac{C}{C_*}$ : نسبت غلظت رسوبات معلق واقعی و تعادلی است، که با نمونه گیری از غلظت رسوبات معلق نزدیک دیواره و محاسبه غلظت تعادلی با توجه به مشخصات جریان و رابطه Van Rijn (1989) بدست می آید (تمام واحد ها در سیستم متریک می باشد). غلظت تعادلی رسوبات معلق همراه جریان رودخانه از معادله Van

جدول (۳): حداکثر دبی سالانه رودخانه زاینده رود در ایستگاه پل زمان خان

تاریخ	دبی (مترمکعب بر ثانیه)
۱۳۵۰/۳/۲۲	۵۱/۲۴
۱۳۵۱/۳/۲۵	۵۶/۷
۱۳۵۲/۸/۲	۵۹/۷
۱۳۵۳/۲/۲۲	۶۶/۵
۱۳۵۴/۲/۱	۲۸۳
۱۳۵۵/۱۰/۷	۷۲/۵۶
۱۳۵۶/۱/۱۷	۸۲/۵
۱۳۵۷/۳/۱۱	۸۱
۱۳۵۸/۱/۲۰	۲۳۴
۱۳۵۹/۲/۲۸	۶۸/۳
۱۳۶۰/۳/۱۰	۶۱/۹۵
۱۳۶۱/۲/۲۷	۷۰/۸۲
۱۳۶۲/۳/۱۰	۶۲/۵
۱۳۶۳/۱۱/۴	۹۱/۶۵
۱۳۶۴/۲/۲۰	۶۴
۱۳۶۵/۲/۱۰	۲۸۵/۶
۱۳۶۶/۲/۸	۱۸۴
۱۳۶۷/۹/۱۱	۹۱/۳
۱۳۶۸/۳/۱۶	۸۳/۳۶
۱۳۶۹/۳/۱۷	۸۳/۳۶
۱۳۷۰/۳/۱۱	۱۰۹/۴
۱۳۷۱/۲/۱۰	۲۱۵/۲
۱۳۷۲/۹/۲۰	۹۵/۴۴
۱۳۷۳/۳/۱۰	۷۹/۷
۱۳۷۴/۵/۳۱	۱۲۹
۱۳۷۵/۴/۲۷	۸۳/۸
۱۳۷۶/۳/۱۵	۸۶
۱۳۷۷/۲/۲۲	۷۶/۵
۱۳۷۸/۲/۱۸	۶۹/۴
۱۳۷۹/۵/۱۶	۵۲/۸
۱۳۸۰/۳/۲۱	۷۶/۳
۱۳۸۱/۳/۸	۸۷/۸
۱۳۸۲/۲/۲۴	۹۰
۱۳۸۳/۳/۱۴	۹۹/۸
۱۳۸۴/۳/۵	۱۱۱
۱۳۸۵/۲/۲۷	۱۰۸
۱۳۸۶/۳/۱۱	۸۲/۶
۱۳۸۷/۵/۶	۵۰/۱
۱۳۸۸/۸/۱۷	۸۰/۲

$C_c$ : ضریب شزی می‌باشد.

سپس در گام سوم، ارتفاع بحرانی دیواره و زاویه ریزش آن توسط مدل محاسبه می‌شود. در این گام محاسبه ارتفاع بحرانی دیواره و زاویه سطح ریزش یافته یک چرخه سعی و خطا می‌باشد و در نهایت  $H$  ارتفاع بحرانی دیواره و  $\beta_c$  زاویه ریزش آن توسط معادلات (۹) و (۱۰) محاسبه می‌شود و ضرایب معادله (۱۰) توسط معادلات (۱۱) تا (۱۳) محاسبه می‌شوند.

$$\beta_c = \frac{1}{2} \left\{ \tan^{-1} \left[ \left( \frac{H}{\bar{H}} \right)^2 (1 - k^2) \tan \beta \right] + \phi \right\}, k = \frac{y}{H} \quad (9)$$

$$H = \bar{H} \frac{\left[ \lambda_2 / \lambda_1 + \sqrt{(\lambda_2 / \lambda_1)^2 - 4 \lambda_3 / \lambda_1} \right]}{2} \quad (10)$$

$$\lambda_1 = (1 - k^2) (\sin \beta_c \cos \beta_c - \cos^2 \beta_c \tan \phi) \quad (11)$$

$$\lambda_2 = 2(1 - k) \frac{c}{\gamma_s \bar{H}} \quad (12)$$

$$\lambda_3 = \frac{\sin \beta_c \cos \beta_c \tan \phi - \sin^2 \beta_c}{\tan \beta} \quad (13)$$

که در آن‌ها:

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ : ضرایب

$\bar{H}$ : ارتفاع دیواره در بالای ناحیه فرسایش افقی (مطابق Osman and Thorne (1988) معادل عمق اولیه

دیواره در نظر گرفته می‌شود)

$\phi$ : زاویه ایستایی مواد دیواره

$y$ : عمق ترک کششی در مواد دیواره

$k$ : نسبت عمق ترک کششی به ارتفاع بحرانی

$\gamma_s$ : وزن مخصوص مواد دیواره

$C$ : چسبندگی موثر مواد دیواره با حضور بقایای گیاهی و لای بین آنها (بایک ضریب اطمینان) می‌باشد.

احتمال ریزش دیواره متناسب با احتمال افزایش نیروی محرک بر نیروی مقاوم است. Osman and Thorne

Rijn (1989) با استفاده از پارامترهای جریان محاسبه می‌شود (معادله ۳).

$$C_* = K \frac{d_{50} T^{1.5}}{a D_*^{0.3}} \quad (3)$$

که در آن:

$K$ : ضریب کالیبراسیون

$d_{50}$ : قطر متوسط مواد بستر

$T$ : تنش برشی بدون بعد مازاد (معادله ۴)

$a$ : سطح مرجع

$D_*$ : پارامتر بدون بعد ذره (معادله ۵) می‌باشد.

$$T = \frac{\tau_{b0} - \tau_{bc}}{\tau_{bc}} \quad (4)$$

$$D_* = d_{50} \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{g}{g^2} \right)^{1/3} \quad (5)$$

که در آن:

$\theta$ : لزجت سینماتیک

$g$ : شتاب گرانشی معادل ۹/۸۱

$\rho_s$ : چگالی ذرات رسوبی

$\tau_{b0}$ : تنش برشی در پنجه دیواره

$\tau_{bc}$ : تنش برشی بحرانی هستند.

در گام دوم طبق معادله (۶)، از معادله‌های (۷) و

(۸) تنش برشی واقعی محاسبه می‌شود. سپس، تنش برشی بحرانی برای مواد دیواره با توجه به خصوصیات آنها و پارامترهای جریان از نمودار شیلدز محاسبه می‌شود و میزان فرسایش پایه با توجه به ضریب فرسایش پایه به دست آمده در گام قبل محاسبه می‌شود.

$$\bar{\xi} = E \left( 1 - \frac{\tau_{bc}}{\tau_{b0}} \right)^{3/2} \sqrt{\tau_{b0}} \quad (6)$$

$$\tau_{b0} = \frac{\rho g u^2}{C_c^2} \quad (7)$$

$$C_c = 26.53 D^{1/6} / d^{1/6} \quad (8)$$

که در آن‌ها:

$\bar{\xi}$ : میزان فرسایش پایه

$\tau_{b0}$ : تنش برشی واقعی

$\tau_{bc}$ : تنش برشی بحرانی

$D$ : عمق متوسط جریان

$u$ : سرعت متوسط جریان

در گام آخر توسط مدل، با توجه به مفروضات گام‌های قبل و فراوانی وقوع، ارتفاع بحرانی ریزش و زاویه ریزش، ضریب فرسایش با استفاده از معادله (۱۷) محاسبه می‌شود و در ادامه نتیجه معادله (۱۷) در معادله (۱۸) قرار داده شده و میزان فرسایش کل دیواره محاسبه می‌شود.

$$e = \frac{H - y}{\tan \beta_c} - \frac{\dot{H}}{\tan \beta} \quad (17)$$

$$M = e\bar{\xi} = eE \left(1 - \frac{\tau_{bc}}{\tau_{b0}}\right)^{2/3} \sqrt{\tau_{b0}} \quad (18)$$

در آن‌ها:

$e$ : ضریب فرسایش، فاکتور  $e$  نشان دهنده سهم ریزش دیواره در میزان فرسایش دیواره است که توسط هندسه دیواره، خواص مواد دیواره و احتمال ریزش دیواره مشخص می‌شود و

$M$ : میزان فرسایش کل دیواره می‌باشد.

معادله (۱۸) نه تنها شامل تغییرات هندسی دیواره در نتیجه تخریب بستر و فرسایش پایه است، بلکه فرایندهای ریزش دیواره را نیز بررسی می‌کند. ریزش دیواره پدیده‌ای احتمالاتی است که به شدت توسط رویدادهای هیدرولوژیک رودخانه تحت تاثیر قرار می‌گیرد (Duan, 2005). شکل (۴) الگوریتم محاسبات مدل ساخته شده را نشان می‌دهد.

## نتایج و بحث

مبنای مدل ریاضی توسعه داده شده محاسبه فرسایش کل دیواره در دو بخش فرسایش پایه و ریزش دیواره است. در واقع فرسایش دیواره وابسته به شرایط جریان در رودخانه است. ریزش دیواره اغلب در زمان‌های سیلابی رخ می‌دهد و موجب افزایش نرخ فرسایش دیواره می‌شود. از آنجایی که فراوانی وقوع ریزش دیواره وابسته به فراوانی وقوع سیلاب می‌باشد، این وابستگی نشان می‌دهد که ریزش دیواره یک پدیده احتمالاتی است. جدول (۴) نتایج محاسبات و

نیروی محرک موثر در ریزش دیواره را به‌عنوان مولفه‌ای از نیروی وزن و نیروی مقاوم را تابعی از نیروی چسبندگی و زاویه ایستایی مواد دیواره بیان کرده‌اند. بنابراین وزن بلوک ریزشی در گام چهارم مدل از معادله (۱۴) قابل محاسبه است.

$$W_t = \frac{\gamma_s}{2} \left( \frac{H^2 - y^2}{\tan \beta_c} - \frac{\dot{H}^2}{\tan \beta} \right) \quad (14)$$

در گام پنجم عمق جریان ایجاد کننده ریزش با احتمال وقوع  $p$  با استفاده از روابط بین دبی جریان و عمق برای جریان متلاطم محاسبه می‌شود. در ادامه به-ازای مشخصات جریان با استفاده از معادله جریان مانینگ، دبی بحرانی ریزش به دست می‌آید، معادله (۱۵) عمق بحرانی جریان ( $D_p$ ) و معادله (۱۶) دبی بحرانی ریزش ( $Q_p$ ) را محاسبه می‌کنند:

$$D_p = \frac{(H-y)C_d}{\Delta c} \left[ 1 - \frac{\sin \beta_c}{H-y} \frac{1}{C_d} (W_t \sin \beta_c - W_c \cos \beta_c \tan \phi) \right] \quad (15)$$

$$Q_p = \frac{1}{n} D_p^{2/3} S^{1/2} A \quad (16)$$

که در آن‌ها:

$C_d$ : ضریب چسبندگی مواد دیواره بالای سطح آب

$$\Delta c = C_d - C_s$$

$C_s$ : ضریب چسبندگی مواد دیواره زیر سطح آب

$S$ : شیب کف رودخانه یا کانال

$A$ : سطح مقطع جریان به ازای عمق بحرانی

$Q_p$ : دبی بحرانی ریزش دیواره متناسب با عمق جریان  $D_p$  و  $n$  ضریب زیری مانینگ است.

ریزش دیواره در زمانی که شرط  $Q > Q_p$  برقرار باشد رخ می‌دهد. برای انجام تجزیه و تحلیل سیلاب از توزیع آماری لوگ پیرسون تیپ III استفاده و احتمال وقوع دبی بیشتر از دبی بحرانی در گام ششم، توسط مدل محاسبه می‌شود و دوره زمانی سیل موثر بر ریزش دیواره (معکوس احتمال وقوع)  $T_f = \frac{1}{\eta}$  به دست می‌آید. که در آن  $\eta$  احتمال افزایش دبی بیش از دبی بحرانی ریزش دیواره است. این احتمال برابر با احتمال ریزش دیواره است و از معادله (۱۶) محاسبه می‌شود.

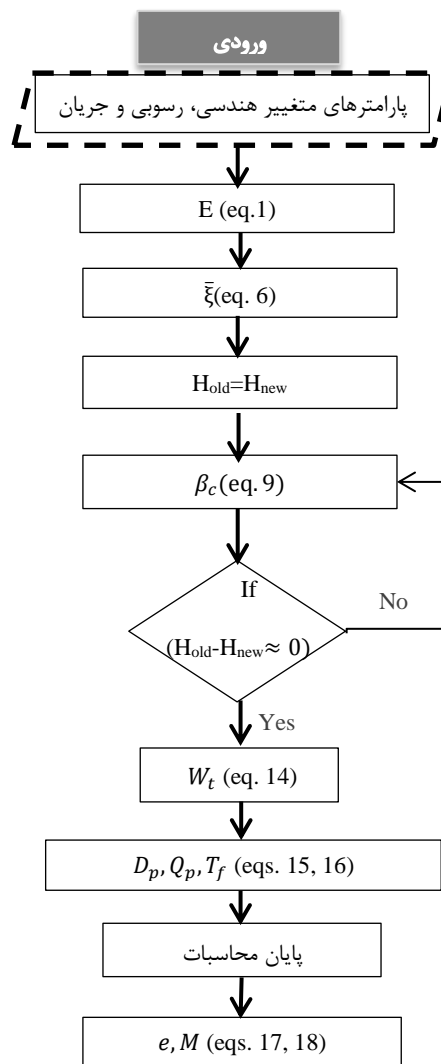


جدول (۴): نتایج محاسبات مدل

مقدار محاسبه شده	پارامتر	شماره گام
۱/۲۲۶	$\hat{C}_1$	گام اول
۰/۲۳	$\frac{C}{C^*}$	
۰/۰۱۰۱۶	$E$	گام دوم
۹۷/۴۷	$C_c$	
۳/۹۰۱	$\tau_{b0}$	
۳/۱۵	$\tau_{bc}$	
۰/۰۰۱۶۹۵	$\bar{\xi}$	
۶۲/۹	$\beta_c$	گام سوم
۰/۲۵۳۸	$\lambda_1$	
۰/۹۱۲۷	$\lambda_2$	
-۰/۲۳	$\lambda_3$	
۶۱۸۹۵۵	$H$	گام چهارم
۲۳۶۴۴۶/۱۸	$W_t$	
۶/۷۲	$D_p$	گام پنجم
۹۸/۷	$Q_p$	
۴/۲۱	$T_f$	گام ششم
۰/۰۰۰۰۰۷۴۲۴	$e$	
$1/2 * 10^{-10} = 0.3968$	$M$	

نتایج مدل نشان می‌دهند که نرخ فرسایش دیواره به نیروهای هیدرولیکی، مشخصات هندسی دیواره، چسبندگی مواد و فراوانی ریزش دیواره وابسته می‌باشد. این مدل ریاضی بر پایه روش ریاضی-تحلیلی برای محاسبه نرخ فرسایش دیواره رودخانه زاینده‌رود مورد استفاده قرار گرفته است. محاسبات نشان می‌دهد که نرخ فرسایش دیواره در رودخانه زاینده‌رود  $m/year$  است. نرخ فرسایش دیواره رودخانه زاینده‌رود در طبقه‌بندی ارائه شده توسط Water Engineering Technology, Inc. (1987) and در بازه فرسایش-پذیر قرار دارد، این محدوده بین  $0.1524 m/year$  تا  $3.048 m/year$  می‌باشد (Water Engineering Technology, Inc., 1987) که نتایج مدل برای بازه مورد بررسی در رودخانه زاینده‌رود در این محدوده قرار گرفته‌است و نشان‌دهنده فرسایش سطح دیواره

پارامترهای میانی محاسبه شده در مراحل مختلف توسط مدل ریاضی توسعه داده شده را نشان می‌دهد.



شکل (۴): الگوریتم مدل ریاضی محاسبه فرسایش کل دیواره رودخانه



اطلاعات میدانی و آزمایشگاهی نرخ فرسایش دیواره در رودخانه زاینده رود محاسبه شد. در این روند محاسبه فرسایش دیواره به عنوان یک رخداد وابسته به پدیده‌های احتمالاتی مورد بررسی قرار گرفت. فراوانی ریزش دیواره وابسته به فراوانی وقوع سیلاب است. بنابراین فرایندهای ژئومورفولوژی با پدیده‌های هیدرولوژیکی در ارتباط هستند. نتایج نشان داد که فرسایش کل دیواره در رودخانه زاینده رود  $m/year$  ۰/۳۹۶۸ می باشد. با توجه به نتیجه مدل، نرخ فرسایش دیواره رودخانه زاینده رود در محدوده فرسایش پذیر ارائه شده توسط Water Engineering and Technology, Inc. (1987) قرار گرفته است، که نشان دهنده عدم پایداری دیواره و عقب نشینی آن می باشد. لذا با توجه به پیچان رود بودن رودخانه این پدیده موجب جابجایی رودخانه، از بین رفتن خاک مناسب کشاورزی، آلودگی آب، آسیب به زیر ساخت‌های حمل و نقل و خرابی سازه‌های کناره و روی رودخانه می‌گردد.

#### تقدیر و تشکر

در اینجا لازم است از شرکت سهامی آزمایشگاه فنی و مکانیک خاک استان چهارمحال و بختیاری به خاطر حمایت در انجام آزمایشات مورد استفاده در پژوهش منجر به این مقاله کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

رودخانه زاینده رود و عدم پایداری دیواره رودخانه می باشد. نرخ فرسایش دیواره رودخانه زاینده رود نشان می‌دهد که فرسایش و رسوب گذاری در دیواره‌ها و بارها به طور همزمان وجود دارد و باعث حرکت و جابجایی رودخانه می‌شود. این تغییرات در بلند مدت در رودخانه مشاهده شده و عکس‌های هوایی نشان‌دهنده جابجایی رودخانه می‌باشند. این محاسبات براساس متوسط پارامترهای جریانیه بوده و روش ارائه شده یک روش احتمالاتی است. علاوه بر آن در بازدیدهای منطقه‌ای ریزش دیواره و از بین رفتن زمین‌های کشاورزی در ساحل رودخانه مشاهده گردید.

#### نتیجه‌گیری

این تحقیق، یک روش تحلیلی را برای تخمین میزان فرسایش دیواره در رودخانه‌ها توسعه داده است. این مدل ریاضی از مدل تحلیلی (Duan 2005) برای تخمین فرسایش دیواره رودخانه در دو بخش استفاده کرده است. فرسایش پایه که در نتیجه نیروهای هیدرولیکی رخ می‌دهد و ریزش صفحه‌ای دیواره که در اثر بی‌ثبات شدن بخشی از مواد دیواره می‌باشد.

این مدل برای محاسبه نرخ فرسایش در بخشی از رودخانه زاینده رود حد فاصل منطقه لنجان و شهر زاینده رود استفاده گردید. با استفاده از مجموعه‌ای از

#### منابع

- Biedenharn, D. C., Elliott and C. Watson. 1997. The WES stream investigation and stream bank stabilization handbook, U.S. Army Corps of Engineers, Engineering Research and Development Center, Waterways Experiment Station (WES), Vicksburg, Miss
- Crosato, A. 2008. Analysis and modeling of river meandering, IOS Press under the imprint Delft University Press
- Darby, S. E. and C. R. Thorne. 1996. Stability analysis for steep, eroding, cohesive river banks. J. Hydraul. Eng., 122, 443-454.
- Darby, S. E., A. M. Alabyan and M. J. V. de Wiel. 2002. Numerical simulation of bank erosion and channel migration in meandering rivers, Water Resour. Res., 38(9), 2.1-2.12.
- Duan, J.G. 2005. Analytical Approach to Calculate Rate of Bank Erosion, Journal of hydraulic engineering, 131(11), 980-990.
- Duan, J.G., S. S. Y. Wang and Y. Jia. 2001. The applications of the enhanced CCHE2D model to study the alluvial channel migration processes, J. Hydraul. Res., IAHR, 39, 469-480.
- Garcia, M., and Parker, G. 1991. Entrainment of bed sediment into suspension. Journal of Hydraulic Engineering, 117(4), 415-435.



- Hooke, J. M. 1980. Magnitude and distribution of rates of river bank erosion, *EARTH SURFACE PROCESSES* 5, 143-157
- Ikeda, S., G. Parker and K. Sawai. 1981. Bend theory of river meanders. Part 1: Linear development, *J. Fluid Mech.*, 112, 363–377.
- Jia, Y. and S.S.Y. Wang. 1999. Numerical model for channel flow and morphological change studies *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(9), 924-933.
- Kondo, Y., Y. Shimizu, I. Kimura and G. Parker. 2009. Numerical computation of free meandering process of rivers considering effect of slump blocks and inner bank deposition. *Hydraulic Engineering Proceedings, Japan Society of Civil Engineering* 53. (in Japanese).
- Kuehn, E. 2015. Stream bank erosion trends and sediment contributions in a Southwestern Missouri River. PhD diss. Missouri State University.
- Maidment, D. R. 1993. *Handbook of hydrology*, McGraw-Hill, New York.
- Nagata, N., T. Hosoda, Y. Muramoto. 2000. Numerical analysis of river channel processes bank erosion. *Journal of Hydraulic Engineering*, 126(4), 243-252.
- Osman, M. A., and C. R. Thorne. 1988. Riverbank stability analysis. I: Theory, *J. Hydraul. Eng.*, 114(2), 134–150.
- Posner, A. J. 2011. River hydro and morphodynamics restoration, modeling and uncertainty. PhD thesis, Dept. of Hydrology and Water resources, Univ. of Arizona.
- Termini, D. 2015. Momentum transport and bed shear stress distribution in a meandering bend: Experimental analysis in a laboratory flume, *Advances in Water Resources*, Article in press, 125-141.
- Thorne, C. 1982. Processes and mechanisms of river bank erosion. Gravel-bed rivers, J. Brian, R. D. Hey, and C. Thorne, eds., Wiley, Chichester, U.K. 227–272.
- Van Rijn, L. C. 1989. Sediment transport by currents and waves. Rep. No. H461, Delft Hydraulics, Delft, Netherlands.
- Water Engineering and Technology, Inc. 1987. Geomorphic analysis of Sacramento River. Geomorphic analysis of Butte Basin Reach, river mile 174 to river mile 194, Water Engineering and Technology, Inc., Fort Collins, Colo.
- Xu, D. and Y. Bai. 2013. Experimental study on the bed topography evolution in alluvial meandering rivers with various sinuousnesses, *Journal of Hydro-environment Research*, 7, 92-102.



## **A Mathematical Model to Calculate River Bank Erosion Rate Case Study: Zayande Rud River**

Samira Rezapourian Qahfarokhi<sup>1</sup>, Mohammad Mehdi Ahmadi<sup>\*2</sup>, Kourosh Qaderi<sup>3</sup>

### **ABSTRACT**

Bank erosion consists of two processes: basal erosion due to hydraulic force and bank failure under the influence of gravity. Because riverbank resistance force varies with the degree of saturation of bank material, the probability of bank failure is the probability of the driving force of bank failure being greater than the bank resistance force. . The degree of saturation of bank material increases with river stage; therefore, the frequency of bank failure is correlated to the frequency of flooding. Consequently, the rate of bank is a probabilistic phenomenon. In this research, a mathematical model was developed to predict riverbank erosion rate. This model is based on Duan (2005) approach. The model was used to compute riverbank erosion rate of a meander reach in the Zayande Rud river. The model result indicates that the rate of bank erosion at the ZayandeRud river is approximately 0.4 m/year, and bank surfaces are not stable.

**Keywords: River Dynamic, River Migration, Zayande Rud, Erosion, Mathematical Model.**

---

1- Ph. D. candidate, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran (email: Palmy458@gmail.com).

2- Assistant Prof., Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran (email: [ahmadi\\_mm@uk.ac.ir](mailto:ahmadi_mm@uk.ac.ir)).

\*Corresponding author

3- Associate Prof., Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran (email: [kouroshqaderi@uk.ac.ir](mailto:kouroshqaderi@uk.ac.ir)).