

ارزیابی عملکرد مدل برنامهریزی بیان ژن و شبکه عصبی مصنوعی در برآورد پارامترهای هیدرولیکی سرریز پلان مثلثی

بهرام نورانی'، رضا نوروزی'، فرزین سلماسی'، هادی ارونقی'

تاریخ ارسال:۱۳۹۸/۱۰/۱۵ تاریخ پذیرش:۱۳۹۹/۰۳/۲۴

مقاله پژوهشی برگرفته از تحقیقات دانشجویان دکترا

چکیدہ

هدف از این تحقیق، ارائه یک رابطه برای تعیین ضریب دبی سرریزهای لبه تیز پلان مثلثی است که در نهایت یک رابطه رگرسیونی با استفاده از دادههای آزمایشگاهی بر اساس پارامترهای h/p و α با دقت زیاد ارائه شد. برای این منظور از دو مدل هوش مصنوعی ANN و GEP و نیز دو روش رگرسیونی h/P و MR-nonlinear در تخمین پارامتر بی بعد h/p و موش مصنوعی ANN و MR-nonlinear و SNSE ، RMSE ، 20 و نیز دو روش رگرسیونی NSE ، RMSE ، 20 و نیز معارهای آماری SR S ، RMSE این استفاده از معیارهای آماری RMSe ، 20 و رابطه دبی – اشل این سرریزها استفاده شد. ارزیابی نتایج به دست آمده با استفاده از معیارهای آماری RMSE ، 22، NSE ، RMSE و XP انجام گردید. مقادیر معیارهای آماری NSE ، RMSE ، 22 و XPA و XP

واژههای کلیدی: سرریز لبه تیز پلان مثلثی، ضریب دبی جریان، دبی – اشل، GEP ، ANN.

^۱ دانشجوی دکترای سازههای آبی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، تلفن تماس: ۹۱۴۷۸۲۲۶۱۹ بست الکترونیکی: Nourani.t_bahram@yahoo.com

^۱ دانشجوی دکترای سازههای آبی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، تلفن تماس: ۰۹۱۴۷۰۸۴۳۳۸ پست الکترونیکی:Rezanorouzi1992@tabrizu.ac.ir

^۲ استاد، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، تلفن تماس: ۹۱۴۳۱۷۸۳۳۲ پست الکترونیکی: Salmasi@tabrizu.ac.ir (مسئول مکاتبه)

^۲ دانشیار، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، تلفن تماس: ۹۱۴۴۱۹۵۰۸۵ پست الکترونیکی: Arvanaghi@tabrizu.ac.ir

مقدمه

روشهای بسیاری برای اندازه گیری دبی آب ورودی به کانالها و همچنین کنترل سطح آب وجود دارد، که از عمومی ترین آنها می توان استفاده از سرریزها، فلومها، روزنهها و ایستگاههای اندازه گیری را نام برد. در میان این سازهها، سرریزها به علت داشتن روابط ساده و نسبتا دقیق کاربرد بیشتری دارند و از لحاظ قدمت، سادگی ساخت و اقتصادی بودن یکی از متداول ترین سازههای اندازه گیری و همچنین تنظیم سطح آب در کانالها و رودخانهها هستند. در سرریزهای مستقیم با اصلاح یک یا ترکیبی از سه عامل ضریب دبی، طول تاج سرریز و ارتفاع آب بالادست می توان دبی عبوری را تغییر داد (Oskuii, 2014).

در سرریزهای مستقیم محل احداث سرریز باید عریض شود تا طول موثر افزایش یابد. در بسیاری از موارد محدوده قابل دسترسی برای افزایش پهنای سرریز موجود نیست. اما در سرریزهای پلان مثلثی محور تاج سرریز به صورت غیرخطی بوده که در یک عرض معین، طول تاج بیشتری نسبت به سرریزهای متداول خطی دارند و به دلیل افزایش طول موثر سرریز پلان مثلثی نسبت به سرریز معمولی، دارای ضریب دبی بیشتری میباشند. از کنار هم قرارگیری دو یا چند سرریز پلان مثلثی یک سرریز چند وجهی ایجاد می شود (Carollo et al., 2012).

اولین مطالعات در خصوص ضوابط طراحی و عملکرد هیدرولیکی سرریزهای چند وجهی توسط (1968) Taylor و (1968) Hay and Taylor (وی مدلهای با پلان هندسی مثلثی، مستطیلی و ذوزنقهای با شکل تاج لبهتیز صورت پذیرفت. نتایج آنها نشان داد که بازده سرریزهای چند وجهی (مثلثی، مستطیلی و ذوزنقهای) در بار هیدرولیکی کم مطلوب است.

Crookston and Tullis (2012) خصوصیات تداخل تیغههای ریزشی و استغراق موضعی در سرریزهای کنگرهای با دو و چهار سیکل مثلثی و زوایای راس مختلف را به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. بررسیهای انجام شده نشان داد که در دبیهای کم، به دلیل تداخل کم تیغههای ریزشی، ضریب دبی جریان از



سرریز خطی بیشتر بوده و به تدریج با افزایش دبی جریان، شدت تداخل بیشتر میشود. این موضوع منجر به کاهش ضریب دبی جریان شده و مقدار آن متمایل به ضریب دبی جریان در سرریزهای لبه پهن میشود.

لرسی کردند. این سرریزها میتوانند به راحتی و با دقت بالا به بررسی کردند. این سرریزها میتوانند به راحتی و با دقت بالا به عنوان یک وسیله اندازه گیری استفاده شوند. آنها معادله رایج برای محاسبه ضریب دبی (Cd) را به دست آوردند که برای محاسبه Cd برای تمامی مقادیر در محدوده مشخص قابل استفاده میباشد. به خاطر ظرفیت تخلیه بالای این نوع سرریزها نیاز به ارتفاع آزاد در کانالها کاهش مییابد، در نتیجه در این بخش کانال اقتصادیتر طراحی میشود. همچنین به خاطر شکل هندسی ساده طراحی، ساخت و نصب آن حتی در کانالهای موجود بسیار آسان است. سرریز منحنی با زاویه مرکزی ۹۰ درجه، دارای شکل پلان بهینه میباشد. آنها اظهار داشتند که استفاده از سریز منحنی با حداقل پیچیدگی در طراحی و نصب منجر به افزایش قابل توجهی در ضریب دبی خواهد شد.

روند جریان عبوری Distefano and Ferro (2013) از روی سرریز دارای شکل مثلثی در پلان را بررسی کردند و با استفاده از آنالیز ابعادی و تئوری تشابه، یک رابطهای برای دبی-اشل این نوع سرریزها، بر اساس پارامترهای طول تاج، ارتفاع و زاویه دیواره استخراج نمودند.



سرریزهای هم عرض کانال افزایش مییابد. محدوده ضریب دبی جریان با استفاده از رابطه پیشنهادی ۰/۵۹ تا ۰/۸۱ بدست آمد و به ازای زاویه ۱۵ درجه، ضریب دبی حداکثر حاصل شد. نیک پیک و کاشفی پور (۲۰۱۶)، به بررسی تاثیر شرایط هیدرولیکی و هندسه سرریز در مدلسازی ریاضی ضریب دبی سرریزهای پلان مثلثی (منقاری) و مایل پرداختند. آنها ضریب دبی جریان برای سرریزهای نوکاردکی و مایل را برای سه زاویه مختلف و در سه ارتفاع تعیین و نتایج به دست آمده با ضریب دبی سرریز مستطیلی ساده را مورد بررسی قرار دادند. ایشان نتیجه گرفتند که سرریزهای نوک اردکی و مایل فقط برای ارتفاع آب کم در بالادست راندمان بالاتری دارند، در نتیجه میتوانند دبی بیشتری را با ارتفاع کم آب بالادست عبور دهند. Emami et al. (2018) به بررسی عددی تاثیر پارامترهای هندسی سرریز پلان مثلثی (منقاری) بر ضریب دبی جریان پرداختند. در این مطالعه، نرمافزار فلوئنت به عنوان یک آزمایشگاه مجازی مورد استفاده قرار گرفت و شبیه-سازیهای عددی گستردهای برای بررسی اثر هندسه بر ضریب دبی سرریز کنگرهای انجام شد. نتایج نشان داد که با تغییر زاویه راس سرریز، ضریب دبی در محدوده ارتفاع نسبی کمتر از ۰/۳ متر رضایتبخش است.

فریب دبی سرریزهای Shafiei et al. (2019) غیرخطی با الگوریتم ANFIS-FFA را بررسی نمودند و نتایج نشان داد که دقت مدل ANFIS-FFA در پیش بینی ضریب دبی سرریزهای خطی بیشتر از مدل ANN است. (2019) ANNs و Norouzi et al. (2019) عملکرد مدل های هوشمند ANNs و SVM را در پیش بینی ضریب دبی سرریزهای غیر خطی را بررسی نمودند. نتایج آن ها نشان داد که عملکرد هر دو مدل در پیش بینی ضریب دبی سرریز غیر خطی قابل قبول است اما نتایج حاصل از مدل ANNs به داده های آزمایشگاهی نزدیکتر است.

پیش بینی ضریب دبی سرریزهای غیرمستقیم مورد توجه محققین امر بوده و بدین منظور روشهای متعددی از جمله مدلهای تجربی، نیمه – تجربی و مدلهای هوشمند

نشریه علمی پژوهشی مهندسی آبیاری و آب ایران سال دوازدهم. شماره چهل و پنج. پاییز ۱۴۰۰

توسعه یافتهاند که در این میان مدلهای هوشمند با الهام گرفتن از طبیعت قادر به تخمین پارامترهای مربوط به پدیدههای طبیعی با دقت قابل قبول میباشند و نیز دقت قابل توجهی نسبت به سایر روشها دارند. با توجه به بررسی منابع صورت گرفته مشاهده میشود که مطالعات محدودی با مدلهای هوشمند برای تخمین ضریب دبی سرریزهای پلان مثلثی صورت گرفته است.

لذا در تحقیق حاضر با استفاده از دادههای آزمایشگاهی Kumar et al. (2011) ، عملکرد مدلهای هوشمند شبکه عصبی مصنوعی^۱ (ANN) و برنامه ریزی بیان ژن^۲ (GEP) و همچنین روشهای رگرسیونی چندگانه خطی (-MR Inear) و غیرخطی (MR-nonlinear) در تخمین ضریب دبی سرریزهای پلان مثلثی مورد بررسی قرار گرفت. همچنین یک رابطه مستقیم و با دقت بالا برای تخمین ضریب دبی این نوع از سرریزها با استفاده از دادههای ضریب دبی این نوع از سرریزها با استفاده از دادههای آزمایشگاهی با توجه به مشخصات هندسی استخراج گردید که با استفاده از این رابطه پیشنهادی و با به کارگیری آن در رابطه عمومی سرریزهای لبه تیز هم عرض کانال، می توان دبی جریان عبوری از روی این نوع سرریزهای لبه تیز غیرخطی(پلان مثلثی) را تعیین نمود.

مواد و روشها

برای یک سرریز لبهتیز مستطیلی هم عرض کانال می-توان نوشت:

$$Q = \frac{2}{3} C_{\rm d} \sqrt{2g} L h^{\frac{3}{2}}$$
 (1)

$$h = \left(\frac{9}{8 C_d^2}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{Q^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{3}}g^{\frac{1}{3}}}\right)$$
(7)

$$K_{s} = \left(\frac{Q^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{3}}g^{\frac{1}{3}}}\right) \tag{(7)}$$

¹ Artificial Neural Network

² Gene Expression Programming

$$\frac{h}{p} = \left(\frac{9}{8C_d^2}\right)^{\frac{1}{3}} \to C_d = \frac{3}{\sqrt{8}} \left(\frac{\frac{K_s}{p}}{\frac{h}{p}}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{(f)}$$

برای یک سرریز لبهتیز پلان مثلثی که در شکل ۱ نشان داده شده، رابطه دبی–اشل میتواند به فرم رابطه ۵ بیان گردد:

$$\emptyset(\mathbf{h}, \mathbf{Q}, \mathbf{p}, \mathbf{L}, \mathbf{g}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}) = 0 \qquad (a)$$



شکل (۱): نمایی از سرریز لبه تیز پلان مثلثی

در رابطه ۶، h ارتفاع آب بالای تاج سرریز، p ارتفاع سرریز، B عرض کانال، L طول تاج سرریز، σ کشش سطحی، ρ جرم واحد حجم سیال و μ لزوجت دینامیکی سیال میباشد.

با استفاده تئوری باکینگهام^۱ میتوان رابطه فوق را به پارامترهای بیبعد به فرم رابطه ۶ تبدیل نمود:

$$\frac{h}{P} = f\left(\frac{K_s}{p}, \frac{L}{P}, Re, We, \frac{B}{L}\right)$$
(9)

که در رابطه فوقR عدد رینولدز است که هندرسون (۱۹۹۶) نشان داد که اگر عدد رینولدز به اندازه کافی بزرگ باشد، میتوان از اثر لزجت صرف نظر کرد. در این پژوهش نیز جریان در سرریز کاملا متلاطم بوده و میتوان از عدد رینولدز صرف نظر کرد. همچنین در رابطه فوق (We) عدد وبر میباشد و در صورتی که ارتفاع آب روی سرریز از ۳ تا



۴ سانتیمتر بیشتر باشد، می توان اثر کشش سطحی را نیز نادیده گرفت. لذا در این تحقیق از عدد وبر نیز صرف نظر شد. بنابراین با در نظر گرفتن موارد فوق و با توجه به اینکه B/L=Sinα می توان نوشت:

$$\frac{h}{p} = \omega \left(\frac{K_{s}}{p}, \frac{L}{p}, \text{Sin}\alpha \right)$$
(Y)

شبكه عصبي مصنوعي

تمامی مسائل بهینهسازی شامل دو مرحله مدل سازی و برنامهریزی است که به ترتیب شامل تشکیل تابع هدف، قیود و محدودیتها (مرحله اول، مدل سازی) و تعیین شرایط بهینه در رسیدن به جواب ایدهآل (مرحله دوم، برنامهریزی) می باشند.

شبکه عصبی مصنوعی (ANN) متشکل از مجموعهای از نرونها با ارتباطات داخلی بین یکدیگر میباشد که قادر است بر اساس اطلاعات و دادههای ورودی، جوابهای خروجی را تهیه نماید. شبکههای عصبی معمولا بهصورت لايه لايه و منظم ايجاد مي گردند. اولين لايه که اطلاعات و دادههای ورودی به آن وارد می گردند لایه ورودی است. لایههای میانی لایههای مخفی و آخرین لایه که جوابهای خروجی از مدل را فراهم مینماید، لایه خروجی می-باشند (Norouzi et al, 2019). معماری بهینه شبکه در تحقیق حاضر بصورت ۱–۸–۳ (۳ لایه ورودی^۲، ۸ نرون در لايه ينهان " و ۱ لايه خروجي) و با تابع انتقال تانژانت سیگموئید برای لایه ورودی و تابع خطی برای لایه خروجی بهمراه الگوریتم آموزشی لونبرگ مارکوارت (LMA) و با تکرار ۱۰۰ انجام گردید. لازم به ذکر است که مدل تخمینی با شبکه عصبی مصنوعی در محیط نرمافزار متمتیکا^۵ به گونهای تنظیم گردید که دادهها به صورت تصادفی⁶ برای هر دو دوره آزمون و آموزش انتخاب گردد. سپس فرایند تخمین با مدل مورد نظر انجام گیرد. بعد از انتخاب تصادفی

¹ Buckingham's theory

² Input layer

³ Hidden layer

⁴ Output layer

⁵ Wolfram Mathematica

⁶ Random Sample



دادهها برای هر دوره در مرحله بعدی تخمین با مدل مورد نظر انجام گردید و مقدار پارامترهای آماری ضریب تبیین (R²) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) نیز محاسبه گردید. با توجه به اینکه دادهها در هر مرحله به صورت تصادفی انتخاب میشد، در هر مرحله مقادیر مختلفی برای ضریب تبیین و جذر میانگین مربعات خطا حاصل می گشت، بنابراین برنامه به نحوی نوشته شد که دادههایی که بالاترین ضريب تبيين و كمترين جذر ميانگين مربعات خطا را دارند، در نظر گرفته شود و فرایند تخمین با مدل مورد نظر، برای این سری از دادهها انجام گیرد. بعد از ۱۰۰ بار تکرار شرایط انتخاب تصادفی فوقالذکر در نرمافزار متمتیکا، بهترین شرايط از لحاظ ضريب تبيين و جذر ميانگين مربعات خطا انتخاب گردید (RMSE = • / • • ۷۶۱ و R^2 و ۲۶۱ میس (RMSE - • / • ۰ ۷۶۱ و سپس این ترکیب از دادهها برای دوره آزمون و آموزش در سایر مدلها مورد استفاده قرار گرفت. شکل ۲ ساختار کلی شبکه عصبی مصنوعی مورد استفاده در تحقیق حاضر را نشان مے دھد.



شکل (۲): ساختار کلی شبکه عصبی مصنوعی (ANN)

نشریه علمی پژوهشی مهندسی آبیاری و آب ایران سال دوازدهم. شماره چهل و پنج. پاییز۱۴۰۰

برنامەريزى بيان ژن

مدل برنامه ریزی بیان ژن (GEP) تعمیم یافته الگوریتم ژنتیک می باشد که برای اولین بار بر اساس تئوری داروین ارائه شد. به این ترتیب که جمعیتی که در جهت تکامل به صورت انتخابی، جمعیت نامناسب را رها کرده و فرزندانی اصلاح شده ایجاد می کنند. برنامه ریزی بیان ژن یک تکنیک برنامه ریزی خودکار می باشد که راه حل مسئله را با استفاده از برنامه کامپیوتری ارائه می کند. در این روش در ابتدای فرآیند هیچگونه رابطه تابعی در نظر گرفته نشده و این روش برنامه ریزی بیان ژن بر خلاف الگوریتم ژنتیک روی ساختار برنامه ریزی بیان ژن بر خلاف الگوریتم ژنتیک روی ساختار ساختارهای درختی از مجموعه توابع (عملگرهای ریاضی مورد استفاده در فرمولها) و ترمینالها (متغیرهای مسئله و اعداد ثابت) ایجاد می شوند (Koza, 1992).

مراحل برنامهریزی بیان ژن به صورت زیر است:

۱- تولید یک جمعیت اولیه از فرمولها که این فرمولها
 از ترکیب تصادفی مجموعه توابع (عملگرهای ریاضی مورد
 استفاده در فرمولها) و ترمینالها (متغیرهای مسئله و اعداد
 ثابت) ایجاد می شوند.

۲- هر یک از افراد مذکور با استفاده از توابع برازش
 مورد ارزیابی قرار می گیرند.
 ۳- تولید یک جمعیت جدید از فرمول ها

 ۴- گام سوم تا نیل به حداکثر تعداد تولید، تکرار خواهد شد.

لازم به ذکر میباشد که در تحقیق حاضر، برای به کارگیری روش برنامهریزی بیان ژن از نرمافزار GenXpro استفاده گردید (دهقانی و همکاران، ۱۳۹۴).

پارامترهای مورد استفاده و نرخ آنها جهت تخمین پارامتر مورد نظر در تحقیق حاضر با استفاده از برنامهریزی بیان ژن در صورتی که تعداد جمعیت تا ۱۰۰۰۰ در نظر گرفته شده است، جدول ۱ آمده است



011	Je ee e	
مقدار	پارامتر	
٧	اندازه سر (Head Size)	
٣٠	تعداد كروموزومها (Chromosomes)	
٣	تعداد ژن،ها(Number of genes)	
•/• **	نرخ جهش(Mutation Rate)	
• / \	نرخ وارونسازی (Inversion Rate)	
٠ /٣	نرخ ترکیب تک-نقطهای	
	(One-Point Recombination Rate)	
٠ /٣	نرخ ترکیب دو-نقطهای	
	(Two-Point Recombination Rate)	
• / \	نرخ ترکیب ژن	
	(Gene Recombination Rate)	
• / ١	نرخ ترانهش درج متوالی	
	(IS Transposition Rate)	
• / 1	نرخ ترانهش ریشه درج متوالی	
	(RIS Transposition Rate)	
• / \	نرخ ترانهش ژن	
	(Gene Transposition Rate)	
RMSE	معیار خطای تابع برازش	
	(Fitness Function Error Type)	
(+) جمع	تابع پيوند	
	(Linking Function)	
1 • • • •	Evolve Until	
	(Generation Number)	

جدول (۱): مقادیر پارامترهای مورد استفاده در مدل GEP

آنها (۳۱ عدد) نیز برای دوره آزمون مورد استفاده قرار گرفته است.

رگرسیون چندگانه خطی و غیرخطی

علاوه بر دو مدل هوشمند شبکه عصبی مصنوعی و برنامهریزی بیان ژن، از روش آماری تحلیل رگرسیون که رابطهای بین دو یا چند متغیر کمی را برای تخمین متغییر وابسته فراهم مینماید، نیز استفاده گردید برای ایجاد مدل-های رگرسیون چندگانه خطی و غیرخطی، از نرمافزار های رگرسیون چودگار ایجاد میگردد و ضرایب مدل به خطی به صورت خودکار ایجاد میگردد و ضرایب مدل به دست میآید ولی برای مدل غیرخطی چندین رابطه رگرسیونی غیرخطی بر اساس روش سعی و خطا تعریف و مورد بررسی قرار گرفت و بهترین مدل غیرخطی از میان در تحقیق حاضر از دو مدل هوشمند مدل شبکه عصبی مصنوعی و مدل برنامهریزی بیان ژن در تخمین مقدار پارامتر بیبعد (h/P) با استفاده از ۳ پارامتر بیبعد Ks/P و α استفاده شده است. برای این منظور از دادههای آزمایشگاهی (Lorg et al., 2011) استفاده گردید. برای آزمایشگاهی (Kumar et al., 2011) استفاده گردید. برای رسیدن به برنامه و ساختاری که بتواند روابط بین ورودیها و خروجی مدل را تعمیم دهد، لازم است برنامه آموزش داده شود. برای این منظور چندین ساختار مورد بررسی قرار گرفت و پارامترهای ورودی و خروجی به دو دسته تقسیم-نیبعد گردید. در هر دو مدل ANN و مدل GEP پارامترهای بیبعد P/L ،Ks/P و α به عنوان ورودی و پارامتر بیبعد بندی گردید. و همچنین در هر دو مدل ۵۷ درصد کل معرفی گردید و همچنین در هر دو مدل ۵۷ درصد کل

۶



آنها انتخاب گردید. در مدلهای رگرسیونی نیز تعداد پارامترهای ورودی و خروجی برای دوره آزمون و آموزش همانند دو مدل هوشمند در تحقیق حاضر در نظر گرفته شد.

معیارهای ارزیابی دقت

برای ارزیابی، توانایی و دقت عملکرد مدلهای شبکه عصبی مصنوعی، مدل برنامه ریزی بیان ژن و مدل رگرسیون چندگانه خطی و غیرخطی در تخمین پارامتر h/P، از چهار شاخص آماری استفاده شده است. معیارهای ارزیابی جهت تخمین پارامتر نسبت بار آبی به ارتفاع سرریز (h/P)، شامل ضریب تبیین^۱، جذر میانگین مربعات خطا^۲، درصد خطای نسبی^۳ و ضریب نش ساتکلف[†] می باشند که هر کدام از آنها به ترتیب از روابط (۸)، (۹)، (۱۰) و (۱۱) محاسبه می گردند.

$$R^{2} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} (O_{i} - \overline{O})(P_{i} - \overline{P})\right]^{2}}{\sum_{i=1}^{n} (O_{i} - \overline{O})^{2} \sum_{i=1}^{n} (P_{i} - \overline{P})^{2}}$$
(A)

نشریه علمی پژوهشی مهندسی آبیاری و آب ایران سال دوازدهم. شماره چهل و پنج. پاییز ۱۴۰۰

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (P_i - O_i)^2}{n}}$$
(9)

$$RE\% = \frac{\sum_{i}^{n} (|P_{i} - O_{i}|)}{\sum_{i}^{n} P_{i}}$$
(\cdots)

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (O_i - \overline{O})^2}$$
(11)

 P_i در این روابط O_i مقادیر حاصل از مقادیر مشاهداتی، P_i میانگین مقادیر حاصل از روش مدلهای تخمین کننده، \overline{O} میانگین مقادیر حاصل از مقدار مشاهداتی و n تعداد دادهها میباشد. نتایج و بحث

در جدول ۲ پارامترهای آماری مجموعه دادهها برای دوره آزمون و آموزش برای بهترین شرایط انتخاب تصادفی (بالاترین ضریب تبیین و کمترین جذر میانگین مربعات خطا) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که واحد α بر حسب رادیان است

دادههای آموزش				دادههای آزمون				
	Ks P	$\frac{P}{L}$	α (radian)	h P	Ks P	$\frac{P}{L}$	α (radian)	h P
حداقل	•/•Y۵۸۵	۰/•۸۵•	•/7817	•/• ٨٧۶	•/•٨۵٢	۰/۰۸۵۰	•/7۶١٧	•/• ٩۶٨
حداكثر	•/۵۳۱۷۴	•/٣٧١٧	١/۵٢٠٨	•/٧۴۴٨	۰/۵۰۹۱	•/٣٧١٧	١/۵٢٠٨	•/٧۵۶۵
ميانگين	•/٢۶٣٣•	•/7141	•/٧١٧٨	•/٣۶۴١	•/7846	۰/۲۷۵۸	•/9001	•/٣٩٣٣
انحراف معيار	•/11•18	•/\\\\	•/۴۴۵۹	•/1888	•/110٣	•/•984	•/47•4	•/١٧۴٨
ضريب تغييرات	•/۴۱۸۱	•/۵۲۱۷	•/8718	•/۴۵۷۵	•/۴•۵۴	• /۳۳۸۶	•/441•	•/۴۴۴۴

جدول(۲): محدوده پارامترها برای دادههای ورودی و خروجی در دوره آزمون و آموزش

¹ Determination coefficient, R²

² Root Mean Square Error, RMSE

³ Percent Relative Error, RE%

⁴ Nash-Sutcliffe Efficiency, NSE

در شکلهای ۳ الی ۶ پراکندگی دادهها برای دوره آزمون به ترتيب با استفاده از مدل شبكه عصبى مصنوعي و مدل برنامهریزی بیانژن، رگرسیون چندگانه خطی و رگرسیون چندگانه غیر خطی نشان داده شده است. با توجه به شکلهای فوقالذکر مشاهده می گردد که بیشتر نقاط بر روی یا نزدیکی خط نیمساز قرار گرفتهاند که این مقبولیت هر یک از مدلها در تخمین مقدار نسبت بار آبی به ارتفاع سرریز (h/p) را نشان میدهد. ملاحظه می شود که مدل شبکه عصبی مصنوعی نسبت به سایر مدلها نتایج بسیار نزدیکی را نسبت به مقادیر مشاهداتی تخمین زده است و بنابراین از دقت بسیار بالایی در تخمین پارامتر مورد نظر یعنی مقدار (h/P) برخوردار است. در مجموع می توان گفت که دقت روش ANN به مراتب از روشهای متداول



رگرسیونی و GEP بالاتر است و به نظر می سد استفاده از این روش با به کارگیری ورودیهای مناسب و استفاده از ساختار معماري بهينه به ميزان قابل قبولي قادر به تخمين پارامتر وابسته مورد نظر می باشد. همچنین دقت خود داده-ها و انتخاب صحیح ترکیب دادههای آزمون و آموزش کارآیی مدل را تحت تاثیر قرار میدهد و در صورتی که بهترین ترکیب انتخاب گردد دقت تخمین با مدل نیز افزایش می یابد. در جدول ۳ معادلات رگرسیونی چندگانه خطی و غیرخطی نیز نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می گردد این معادلات تقریبا از نتایج یکسانی α ، α , α , α , β برحسب راديان ميباشد.





شکل (۵): مقایسه نمودار پراکندگی دادهها برای دوره تست مدل (MR-linear)



٩



شکل (۶): مقایسه نمودار پراکندگی دادهها برای دوره تست مدل (MR-nonlinear)

معادله	RE%	\mathbb{R}^2
$\frac{h}{P} = 1.505 \times \left(\frac{k_s}{p}\right) + 0.006 \times \alpha - 0.031 \times \left(\frac{P}{L}\right) - 0.031$	۴/۱۶	•/٩٨٣
$\frac{h}{P} = 1.568 \times \left(\frac{k_s}{p}\right)^{1.104} \times \alpha^{-0.023} \times \left(\frac{P}{L}\right)^{0.003}$	۴/۰۹	•/٩٨۴

جدول (۳): معادله رگرسیونی خطی و غیرخطی برای به دست آوردن ضریب دبی

همچنین شکل ۱۲ - ب نمودار ویولنی تابع توزیع احتمال را برای دادههای مشاهداتی و تخمین زده شده را ارائه می دهد. مجددا مطابق نمودار ویولنی واضح است که مدل شبکه عصبی مصنوعی تشابه بسیار نزدیکی با دادههای مشاهداتی را دارد. برای دادههای مشاهداتی و تخمینی با روشهای فوق الذکر مقادیر احتمال به ازای مقادیر حداکثر روشهای فوق الذکر مقادیر احتمال به ازای مقادیر حداکثر ۲۵/۰، ۲۵۰٬ ۲۵٬۰ و حداقل به ترتیب (۲۴/۰، ۲۹۰/۰، ۲۲۲۱، ۲۲۲٬۰ و ۲۰/۰۱، (۲۵۹/۰، ۲۶۵/۰، ۲۲۲۰، ۲۰/۷۰ و ۲۰/۰۱، ۲۰/۷۲۰ و ۲۰/۰۱، ۲۰۳/۰، ۲۰۲۱/۰ و ۲۰/۰۱) ۲۵/۰۰) و ۲۲۲۰۰، ۲۰۳/۰، و ۲۰/۰۱) و ۲۰/۰۱ در شکل ۷ و ۸ به ترتیب نمودار چگالی^۱ و ویولنی^۲ در دوره آزمون برای دادههای مشاهداتی حاصل از نتایج آزمایشگاهی(Kumar et al., 2011) و تخمین زده شده با مدلهای هوشمند شبکه عصبی مصنوعی، برنامهریزی بیان ژن، روش رگرسیون چندگانه خطی و غیرخطی و روش ژن، روش رگرسیون چندگانه خطی و غیرخطی و روش شکل ۲۱-الف نمودار دانسیته جعبه مستطیلی را نشان می-دهد که درون آن پراکندگی نقاط برای دادههای مشاهداتی و تخمینی زده شده دیده میشود. مطابق نمودار دانستیه جعبهای معلوم می گردد که مدل شبکه عصبی مصنوعی تطابق بسیار نزدیکی با دادههای مشاهداتی را دارد.

¹ Density Plot

² Violin Plot





شکل (۷): نمودار دانسیته برای دادهها در دوره تست برای دادههای مشاهداتی و تخمینی



شکل (۸): نمودار ویولنی برای دادهها در دوره تست برای دادههای مشاهداتی و تخمینی

معیارهای آماری نشان میدهند که مدل شبکه عصبی مصنوعی نسبت به روشهای رگرسیون چندگانه خطی، رگرسیون چندگانه غیر خطی، برنامهریزی بیان ژن و روش (Distefano and Ferro, 2013) از دقت بالایی برخوردار میباشد. بنابراین میتوان گفت به کارگیری الگوریتم تکرار شونده در فرایند برنامه نویسی جهت انتخاب بهترین ترکیب شونده در فرایند برنامه نویسی جهت انتخاب بهترین ترکیب دادههای آموزش و آزمون در مدل NN مفید بوده و باعث کاهش خطا و افزایش دقت مدل تخمین کننده فوق الذکر شده است. همانطور مشاهده میگردد، شبکه عصبی مصنوعی نتایج بسیار مشابهی نسبت به مقادیر مشاهداتی آزمایشگاهی (2011) Kumar et al. در تخمین مقدار نسبت بار آب به ارتفاع سرریز (h/p) را ارائه داده است (جدول ۴).



دادههای آزمون							
	R ²	RMSE	RE%	NSE			
Di Stefano and Ferro (2013)	•/٩٧٧	۰/۰۳۱۸	۶/۷۳	•/٩٩٨			
MR-linear	•/٩٨۶	•/• ١٩٧	4/18	•/984			
MR-nonlinear	٠/٩٨٧	•/• 198	۴/۰۹	•/٩٨۵			
ANN	٠/٩٩٨	•/••٧۶	١/٧۴	•/٩٩٧			
GEP	•/٩٨٣	•/•٣•١	۶/٨۶	•/٩٩٨			

جدول (۴): مقايسه نتايج (ANN MR-nonlinear MR-linear با مدل Di Stefano and Ferro (2013) براى دوره آزمون

شکل ۹ درصد افزایش دبی در حالت پلان مثلثی نسبت به حالت سرریز هم عرض کانال (α برابر ۹۰ درجه) را نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود با کاهش زاویه α، درصد افزایش ضریب دبی افزایش مییابد و این نشان می-دهد که به ازای یک شرایط ثابت و معین سرریزهای پلان



شکل(۹): درصد افزایش دبی در حالت پلان مثلثی نسبت به حالت سرریز هم عرض کانال (α برابر ۹۰ درجه)

مثلثی دبی بیشتری را میتوانند از خود عبور دهند و این به دلیل افزایش طول تاج سرریز میباشد. همانطور که مشاهده میگردد در زاویه ۱۵ درجه بیشترین افزایش در ضریب دبی (حدود ۸ درصد) اتفاق افتاده است.

در شکل ۱۰ رابطه ضریب دبی جریان با h/p در زاویه-های معین نشان داده شده است، همانطور که مشاهده می-گردد با افزایش h/p ضریب دبی جریان کاهش مییابد و این نشان میدهد که سرریزهای پلان مثلثی در اشلهای کم میتوانند دبی بیشتری از خود عبور دهند، بنابراین در بار آبی کم نسبت به شرایطی که بار آبی زیاد است عملکرد بهتری را دارا میباشند. این روند ناشی از برهم کنش تیغه-های جریان در تاج سرریزهای پلان مثلثی در بارهای آبی زیاد میباشد. در نهایت یک رابطهای برای به دست آوردن ضریب دبی در این نوع سرریزها استخراج گردید که با قرار گیری در رابطه عمومی سرریزهای هم عرض کانال میتوان مقدار جریان عبوری از سرریز لبهتیز پلان مثلثی را برآورد نمود (رابطه ۲)

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} L h^{\frac{3}{2}} \qquad (17)$$

$$Q = \frac{2}{3} \left(0.568 \times \left(\frac{h}{p}\right)^{-0.183} Sin\alpha^{0.06} \right) \sqrt{2g} L h^{\frac{3}{2}} \qquad (17)$$



شکل (۱۰): تغییرات ضریب دبی با h/P در زاویههای مختلف

نتيجهگيرى

در این تحقیق به عملکرد مدلهای هوشمند ANN و GEP و مدلهای رگرسیونی MR-linear و MRnonlinear در تخمین پارامتر بیبعد h/p رابطه دبی – اشل سرریزهای لبهتیز پلان مثلثی پرداخته شد. برای این منظور از دادههای آزمایشگاهی (2011) Kumar et al. استفاده شد. لازم به ذکر است که مدل ANN در محیط نرمافزار برنامه نویسی متمتیکا با روش انتخاب تصادفی از کل دادهها (۱۲۲ عدد) به عنوان دادههای آزمون و آموزش به ترتیب با ۲۵ درصد (۳۱عدد) و ۷۵ درصد (۹۱عدد)، به طریقی انجام گرفت که بعد از تکرار چندین انتخاب تصادفی متفاوت از کل دادههای موجود، دادههای مربوط به شرایطی که بالاترین ضریب تبیین و کمترین جذر میانگین مربعات را دارد، برای فرایند تخمینی با استفاده از سایر مدل نیز فراخوانی گردد. ارزیابی نتایج به دست آمده با استفاده از معیارهای آماری NSE ،RMSE ،R² و RE% انجام شده است. مقادیر معیارهای آماریNSE ، RMSE ، R^2 و RE% به ترتیب ۱/۷۴٬۰ ٬۰/۹۹۸ ۰/۰۹۷٬۰ ۱/۷۴٬۰ و ۱/۷۴٬۲ برای ،GEP و ./۹۹۸ ، ۰/۰۳۰۱ ، ۰/۹۸۳ ANN



دهقانی، ر.، م.ع. قربانی، م. محمد تشنه لب، ا. ریخته گر غیاثی و ا. اسدی. ۱۳۹۴. مقایسه و ارزیابی مدل های شبکه عصبی بیزین، برنامه ریزی بیان ژن، ماشین بردار پشتیبان و رگرسیون خطی در تخمین بده جریان؛ مطالعه موردی حوضه صوفی چای. نشریه آبیاری و آب ایران، دوره ۵، شماره ۴، ص ۸۵–۶۵. نیک پیک، پ. و م. کاشفی پور. ۱۳۹۵. تأثیر شرایط هیدرولیکی و هندسه سرریز در مدلسازی ریاضی ضریب دبی سرریزهای نوک اردکی و مایل. نشریه علوم و مهندسی آبیاری، دوره ۳۹، شماره ۱، ص ۱۰-۱. نورانی، ب.، ر. نوروزی، ف. رضایی و ف. سلماسی. ۱۳۹۸. بررسی رابطه دبی- اشل و ضریب دبی در سرریزهای لبه تیز يلان مثلثي، نشريه مهندسي عمران اميركبير. جلد ۵۳، شماره ۵، DOI:10.22060/CEEJ.2019.16931.6399

Carollo, F., V. Ferro and V. Pampalone. 2012. Experimental investigation of the outflow process over a triangular labyrinth weir. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 138(1): 73-90.

Crookston, B.M. and B.P. Tullis. 2012. Discharge efficiency of reservoir application specific labyrinth weirs. Irrig. Drain. Engr. ASCE. 138(6): 773-776.

Distefano, C and V. Ferro. 2013. A new approach for deducing the stage-discharge relationship of triangular in plan sharp-crested weirs. Flow Measurement and Instrumentation, 32: 71-75.

Emami, S., H. Arvanaghi and J. Parsa. 2018. Numerical Investigation of Geometric Parameters Effect of the Labyrinth Weir on the Discharge Coefficient. Rehabilitation in Civil Engineering, 6(1): 1-9.

Gupta, K.K., S. Kumar and Z. Ahmad. 2014. Flow characteristics of sharp-crested Wplanform weirs. International Journal of Advanced Technology and Engineering Research. 176-180.

Hay, N. and G. Taylor. 1970. Performance and design of labyrinth weirs. Hydraulic. Eng., ASCE, 96(11): 2337-2357.

Henderson, F.M.1996. Open channel flow, in: Channel controls, MacMillan, New York, pp. 174–176.

Kumar, S., Z. Ahmad, T. Mansoor and S.K. Himanshu. 2017. A New Approach to Analyze the Flow over Sharp Crested Curved Plan form Weir. International Journal of Recent Technology and Engineering. 2(1): 2277-2290.

Norouzi, R., R. Daneshfaraz and A. Ghaderi. 2019. Investigation of discharge coefficient of trapezoidal labyrinth weirs using artificial neural networks and support vector machines. Applied Water Science. 9(7): 148.

Oskuii, M. 2014. Investigating the effect of upward slope on hydraulic performance of rectangular weir. Sari Agricultural Sciences and Natural Resources.

Shafiei, S., M. Najarchi, and S. Shabanlou. 2019. A novel approach using CFD and neurofuzzy-firefly algorithm in predicting labyrinth weir discharge coefficient. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering 42(1): 44.

Taylor, G. 1968. The Performance of Labyrinth Weirs. University of Nottingham, UK.



Evaluation Performance of Gene Expression Programming and Artificial Neural Network Models in Estimation of Hydraulic Parameters in **Triangular Plan Sharp-Crested Weirs**

Bahram Nourani¹, Reza Norouzi², Farzin Salmasi³, Hadi Arvanaghi⁴

Abstract

The purpose of this study is to provide an equation for prediction of discharge coefficient (C_d) for triangular plan sharp-crested weirs. Using laboratory data, a regression equation was presented based on h/p and α parameters with a reasonable accuracy. In addition, the performance of artificial neural network (ANN), gene expression programming (GEP) models and regression models (MR-linear and MR-nonlinear) in the estimation of the h/p was investigated. The stage-discharge relationship for triangular sharp-crested weirs was investigated. The results were evaluated using statistical criteria R², RMSE, NSE and RE%. The values of the R², RMSE, NSE and RE% were respectively, 0.998, 0.0076, 0.997 and 1.74% for ANN, 0.983, 0.0301, 0.998 and 6.86% for GEP, 0.986, 0.0196, 0.985 and 4.09% for MR-linear and 0.987, 0.0197, 0.984 and 4.09% for MR-nonlinear. The results of statistical criteria indicated the superiority of ANN as compared to other methods. In addition, results showed that based on the angle of the triangular sharp-crested weirs, the C_d is increased from 1 to 8 % respect to the normal sharp-crested weirs with identical width (suppressed weirs). In a situation where the head on the crest of these weirs is low, they will show better performance.

Keywords: Triangular in plan sharp-crested weirs, Discharge coefficient, Stage-discharge, ANN, GEP.

¹ Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Email: Nourani.t_bahram@yahoo.com

² Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Email: Rezanorouzi1992@tabrizu.ac.ir

³ Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Corresponding author Email: Salmasi@tabrizu.ac.ir

⁴ Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Email: Arvanaghi@tabrizu.ac.ir



Evaluation Performance of Gene Expression Programming and Artificial Neural Network Models in Estimation of Hydraulic Parameters in **Triangular Plan Sharp-Crested Weirs**

Bahram Nourani¹, Reza Norouzi², Farzin Salmasi³, Hadi Arvanaghi⁴

Introduction

Weirs are one of the most important hydraulic structures for flow control, water discharge measurement and regulating of upstream water elevation in canals, irrigation networks and rivers. In linear weirs in plan-view, the flow rate can be changed by modifying one or a combination of three factors: discharge coefficient (C_d), length of weir and upstream water height (Oskuii, 2014). Many researchers have conducted extensively in experimental and numerical studies to estimate the nonlinear weir discharge coefficient (Hay and Taylor, 1970; Crookston and Tullis, 2012; Dabling and Tullis, 2017). Salmasi et al. (2019) Calculated the C_d of weirs with a triangular shape in plan form by ANSYS FLUENT software. Their results indicated that the triangular weirs in plan-view increase the C_d from 1 to 8% compared to the suppressed weir. Shafiei et al. (2019) predicted the C_d of the nonlinear weirs in the plan-view using a neuro-fuzzy-firefly algorithm. Results indicated that the ANFIS-FFA model is more accurate than the ANN. Norouzi et al. (2019) assessed the C_d of nonlinear weirs in plan-view. They compared the performance of ANNs and SVM methods in assessing the C_d. The results indicated that the performance of both techniques was acceptable, but the MLPNN model results were closer to the experimental results than the SVM model.

Literature review showed that limited studies have been done with intelligent models for estimating the C_d of triangular plan weirs. Therefore in the present study, using laboratory data of Kumar et al. (2011), the performance of artificial neural network (ANN) and gene expression programming (GEP) intelligent models as well as linear (MR-linear) and nonlinear (MR-nonlinear) regression methods is investigated for triangular plan weirs.

Methodology

For a rectangular sharp-crested can be written:

$$Q = \frac{2}{3}C_d\sqrt{2g} L h^{\frac{3}{2}}$$

 $h = \left(\frac{9}{8 c_d^2}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{Q^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{1 a_d^2}}\right)$ (2)

(1)

¹ Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Email: Nourani.t_bahram@yahoo.com

² Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Email: Rezanorouzi1992@tabrizu.ac.ir

³ Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Corresponding author, Email: Salmasi@tabrizu.ac.ir

⁴ Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran, Email: Arvanaghi@tabrizu.ac.ir





$$K_{s} = \left(\frac{Q^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{3}}g^{\frac{1}{3}}}\right)$$

 $\frac{h}{p} = \left(\frac{9}{8 C_d^2}\right)^{\frac{1}{3}} \to C_d = \frac{3}{\sqrt{8}} \left(\frac{\frac{K_s}{p}}{\frac{h}{p}}\right)^{\frac{3}{2}}$ (4)

(3)

For a sharp-crested weirs with triangular shape in plan shown in Fig. 1, the stage-discharge relationship can be expressed in the form of Eq. 5.

$$\phi(\mathbf{h}, \mathbf{Q}, \mathbf{p}, \mathbf{L}, \mathbf{g}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}) = 0$$
⁽⁵⁾



Figure 1- Sharp-crested weirs with triangular shape in plan

By simplifying the effective parameters, Eq. 6 is obtained:

$$\frac{h}{P} = \omega \left(\frac{K_s}{p}, \frac{L}{P}, \sin \alpha \right)$$
(6)

In the present study, two intelligent models of artificial neural network model and gene expression programming model have been used to estimate the amount of dimensionless parameter (h/P) using three dimensionless parameters Ks/P, P/L and α . for this purpose, experimental data of Kumar et al. (2011) were used. To achieve the program and the structure that can generalize the relationships between the inputs and outputs of the model, it is necessary to train the program. For this purpose, several structures were studied and input and output parameters were divided into two categories.

In both ANN and GEP models, the dimensionless parameters Ks/P, P/L and α were introduced as input and the dimensionless parameter h/P, ie the ratio of water height to weir height, was introduced as output, and also in both models, 75% of all available data (91 items) were used for the training course and 25% of them (31 items) were used for the test course. In addition to the two intelligent models of ANN and GEP, the statistical method of regression analysis, which provides a relationship between two or more quantitative variables to estimate the dependent variable, was also used. SPSS (version 22) software was used to create multiple linear and nonlinear regression models.



Discussion and Conclusion

The performance of MR-linear and MR-nonlinear regression models in estimating the dimensionless h/p parameter of the stage-discharge relationship were obtained as Eqs. 7 and 8.

$$\frac{h}{P} = 1.505 \times \left(\frac{k_s}{p}\right) + 0.006 \times \alpha - 0.031 \times \left(\frac{P}{L}\right) - 0.031 \tag{7}$$

$$\frac{h}{P} = 1.568 \times \left(\frac{k_s}{p}\right)^{1.104} \times \alpha^{-0.023} \times \left(\frac{P}{L}\right)^{0.003}$$
(8)

It should be noted that the ANN model in the Mathematica software with random selection method from the total data (122 data) as test and training data with 25% (31 data) and 75%, respectively (91 data), was performed. Evaluation of the results was performed using statistical criteria R2, RMSE, NSE and RE%. The statistical criteria of R2, RMSE, NSE and RE% were 0.998, 0.0076, 0.997 and 1.74% for ANN, 0.983, 0.0301, 0.998 and 6.86% for GEP, respectively. , 986, 0.096, 0.985 and 4.09% for MR-linear and 0.987, 0.0971, 0.984 and 4.09% for MR-nonlinear. Statistical criteria show the superiority of ANN over other methods. The values obtained from the models were compared with the relation of Distefano and Ferro (2013) which gave good results. Data density diagrams and violin diagrams were also extracted and it was observed that the scattering and probability distribution of the data with the results of the ANN model with the experimental data of Kumar et al. (2011) has a good fit.

References

Crookston, B.M. and B.P. Tullis. 2012. Discharge efficiency of reservoir application specific labyrinth weirs. Irrig. Drain. Engr. ASCE. 138(6): 773-776.

Dabling, M. and B. Tullis. 2017. Modifying the downstream hydrograph with staged labyrinth weirs, Journal of Applied Water Engineering and Research 6, 1-8. DOI:10.1080/23249676.2017.1287015

Distefano, C. and Ferro, V., 2013. A new approach for deducing the stage-discharge relationship of triangular in plan sharp-crested weirs. Flow Measurement and Instrumentation, 32: 71-75.

Hay, N. and Taylor, G., 1970 Performance and design of labyrinth weirs, Hydraulic. Eng., ASCE 96(11), 2337-2357.

Kumar, S., Ahmad, Z., Mansoor T., and Himanshu, S.K., 2017. A New Approach to Analyze the Flow over Sharp Crested Curved Plan form Weir. International Journal of Recent Technology and Engineering. 2(1): 2277-2290.

Oskuii, M. 2014. Investigating the effect of upward slope on hydraulic performance of rectangular weir. Sari Agricultural Sciences and Natural Resources.

Salmasi, F., Nourani, B., Norouzi, R., and Rezaei, F., 2019. Investigation the Stage- Discharge Relationship and Discharge Coefficient in Sharp-Crested Weirs with Triangular Shape in Plan, Amirkabir Journal of Civil Engineering. 53(5), 1-17. DOI:10.22060/CEEJ.2019.16931.6399