

تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشکسالی در ایستگاه های سنندج و سقز

نشاط جهان نمایی^۱، پیام خسروی نیا^{۲*}، هادی ثانی خانی^۳، رسول میرعباسی^۴

تاریخ ارسال: ۱۳۹۷/۱۲/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۲۷

مقاله علمی پژوهشی

چکیده

خشکسالی یکی از رخدادهای طبیعی است که اثرات مخرب زیادی بر محیط زیست دارد. شدت و مدت خشکسالی دو مشخصه مهم برای تشخیص خشکسالی بوده و معمولاً از روی داده‌های آب و هواشناسی، مانند بارش مشخص می‌شوند. در این مطالعه، از توابع مفصل دو بعدی برای ایجاد توزیع دومتغیره از مشخصه‌های خشکسالی ایستگاه های سنندج و سقز در غرب ایران استفاده شد. دو مشخصه مهم خشکسالی، مدت و شدت خشکسالی، از سری زمانی شاخص بارش استاندارد شده (SPI) استخراج گردید. به منظور استفاده از توابع مفصل، ابتدا ضرایب همبستگی اسپیرمن و تاو کندال برای بررسی همبستگی بین متغیرهای شدت و مدت خشکسالی برای هر دو ایستگاه محاسبه شدند که نتایج نشان داد همبستگی معناداری بین شدت و مدت خشکسالی وجود دارد. پس از تعیین بهترین توزیع فراوانی حاشیه ای برای مشخصه های خشکسالی، برازش پنج تابع مفصل مختلف برای ایجاد توزیع دومتغیره شدت و مدت خشکسالی مورد بررسی قرار گرفت و پارامتر وابستگی هر کدام از توابع مفصل با استفاده از روش تابع استنتاج برای حاشیه‌ها (IFM) محاسبه گردید. نتایج نشان داد که برای هر دو ایستگاه (سنندج و سقز) تابع مفصل فرانک به دلیل دارا بودن بیشترین مقدار لگاریتم درست‌نمایی (۳۲۸/۹۷۳۷- و ۳۳۹/۳۷۵۸-) و NSE (۰/۹۳۹۳ و ۰/۹۱۷۴) و کمترین مقدار RMSE (۰/۰۶۵۵ و ۰/۰۷۶۳) و AIC (۶۸۰/۷۵۱۶ و ۶۹۵/۸۲۸۰) مناسب ترین مفصل برای ایجاد توزیع دومتغیره شدت و مدت خشکسالی می باشد. در نهایت احتمال وقوع دومتغیره توام، احتمال شرطی خشکسالی و دوره های بازگشت توأم و شرطی خشکسالی محاسبه شدند که نتایج حاصله می‌تواند اطلاعات مفیدی را برای برنامه ریزی و مدیریت منابع آب در این منطقه فراهم کند.

واژه‌های کلیدی: توابع مفصل، خشکسالی هواشناسی، مشخصه‌های خشکسالی، مدیریت منابع آب

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد آبیاری و زهکشی، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران،

n.jahannemaei74@gmail.com ۰۹۱۸۰۶۱۹۰۱۰

^۲ استادیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران، P.khosravinia@uok.ac.ir ۰۹۱۲۰۹۷۷۸۷۵

(*) نویسنده مسئول

^۳ استادیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران، h.sanikhani@uok.ac.ir ۰۹۱۲۵۵۵۰۶۰۰

^۴ دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران، mirabbasi@agr.sku.ac.ir ۰۹۱۳۳۳۳۲۷۰



مقدمه

بین متغیرهای هیدرولوژیکی را به شکل دقیق‌تری توصیف کرد (Salvadori et al., 2007).

نظریه مفصل اولین بار توسط اسکالر (Sklar, 1959) مطرح شد. مطالعات گسترده‌ای در زمینه کاربرد مفصل‌ها در هیدرولوژی انجام شده است. از کاربردهای تابع مفصل در هیدرولوژی می‌توان به تحقیقات (Shiau, 2006)، (Mitková & Halmová,)، (Reddy & Ganguli, 2012) (2014)، (Zhang et al., 2014) و (Shafaei et al., 2017) اشاره نمود.

استفاده از تابع مفصل در زمینه خشکسالی موضوع جدیدی است که برای اولین بار توسط (Shiau, 2006) برای مدل کردن توزیع توأم مدت و شدت خشکسالی در ایستگاه واشنتو (تایوان) استفاده شد. او خشکسالی‌های تعریف شده با شاخص بارش استاندارد شده (SPI) را برای نشان دادن روش پیشنهادی بکار برد که نتایج برازش مفصل برای مدت و شدت خشکسالی کاملاً رضایت بخش بود. (Mirabbasi et al., 2012) توزیع توأم شدت و مدت خشکسالی‌های ایستگاه شرفخانه را با استفاده از هفت نوع مفصل‌های دو بعدی مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که مفصل گالامبوس بهترین مفصل برای تحلیل مدت و شدت خشکسالی در ایستگاه شرفخانه است. متولی باشی نایینی (۱۳۹۶) به تحلیل مشخصه‌های خشکسالی با در نظر گرفتن تغییر اقلیم پرداخت. در این پژوهش که از شاخص SPI و روش توابع مفصل استفاده شد، مشخصه‌های مدت، شدت و بیشترین مقدار خشکسالی در یک دوره خشک در حوضه آبریز زاینده‌رود مورد بررسی قرار گرفت.

(Tosunoglu & Kisi, 2016) حداکثر شدت خشکسالی سالانه (AMS) و مدت زمان مربوطه (CD)، در ۷ ایستگاه واقع در حوضه چورو در ترکیه را به صورت روزانه استخراج کردند. برای ارزیابی از توابع مفصل اراشمیدی استفاده کردند. نتایج نشان داد که تابع گامبل- هوگارد به عنوان مناسب‌ترین تابع مفصل برای مدل‌سازی مشترک سری AMS و CD در هر ایستگاه است. (Singh et al., 2017) شدت و مدت خشکسالی را با استفاده از شاخص بارش استاندارد شده بدست آوردند.

خشکسالی عمدتاً مربوط به کاهش میزان بارش دریافت شده در طی یک دوره طولانی از جمله یک فصل یا یک سال می‌باشد. پایش و پیش‌بینی خشکسالی‌ها، بویژه تعیین دقیق زمان شروع و تداوم آن، اهمیت ویژه‌ای در مدیریت منابع آبی و برنامه‌ریزی جهت کاهش اثرات زیان‌بار خشکسالی دارد. این رخداد اقلیمی دارای جنبه‌های متعددی است و به شکل‌های مختلف نظیر خشکسالی هواشناسی، کشاورزی، هیدرولوژیکی و اجتماعی- اقتصادی وجود دارد. در پژوهش‌های انجام شده در مورد ارزیابی خشکسالی‌ها، به دلیل وجود اطلاعات کامل و همچنین این تفکر که بارش عامل اصلی خشکسالی است، بیشترین تمرکز بر روی خشکسالی هواشناسی بوده است (Mirakbari et al., 2010). پیامد خشکسالی‌های شدید و فراگیر در دهه‌های اخیر، عدم برنامه‌ریزی صحیح در بهره‌برداری و مصرف منابع آبی و ... موجب بروز بحران در مناطق مختلف کشور ایران شده است. بنابراین، ضروری است تا راه‌حل‌های علمی و کاربردی در این زمینه ارائه شود (دوستان، ۱۳۹۷).

خشکسالی یک پدیده پیچیده است که می‌تواند به طور عمده توسط شدت و مدت مشخص شود. از آنجایی که شدت و مدت خشکسالی متغیرهای تصادفی هستند، آنها را با استفاده از نظریه‌های احتمالاتی، تحلیل و مدل‌سازی می‌کنند. روش سنتی انجام تحلیل‌های چند متغیره، استفاده از توابع توزیع چند متغیره کلاسیک است؛ اما در استفاده از این توابع مشخص بودن توزیع‌های حاشیه‌ای و یکسان بودن نوع آن‌ها الزامی است و در نتیجه استفاده از این روش‌ها با محدودیت‌های جدی مواجه است. روش مناسب‌تر برای تحلیل‌های چندمتغیره که توانسته محدودیت‌های توابع چند متغیره کلاسیک را برطرف کند، استفاده از روش تابع مفصل است. روش مفصل محدودیت‌های یاد شده برای توزیع دو متغیره را برطرف کرده و با پیوند دادن توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره، می‌تواند توابع توزیع چندمتغیره را ایجاد کند. همچنین با استفاده از مفصل‌ها می‌توان ساختار وابستگی موجود در

مفصل بر اساس آماره‌های خطا انتخاب شد. در نهایت مشخصات احتمالاتی دومتغیره خشکسالی مانند احتمال توأم و دوره‌های بازگشت توأم بررسی شدند.

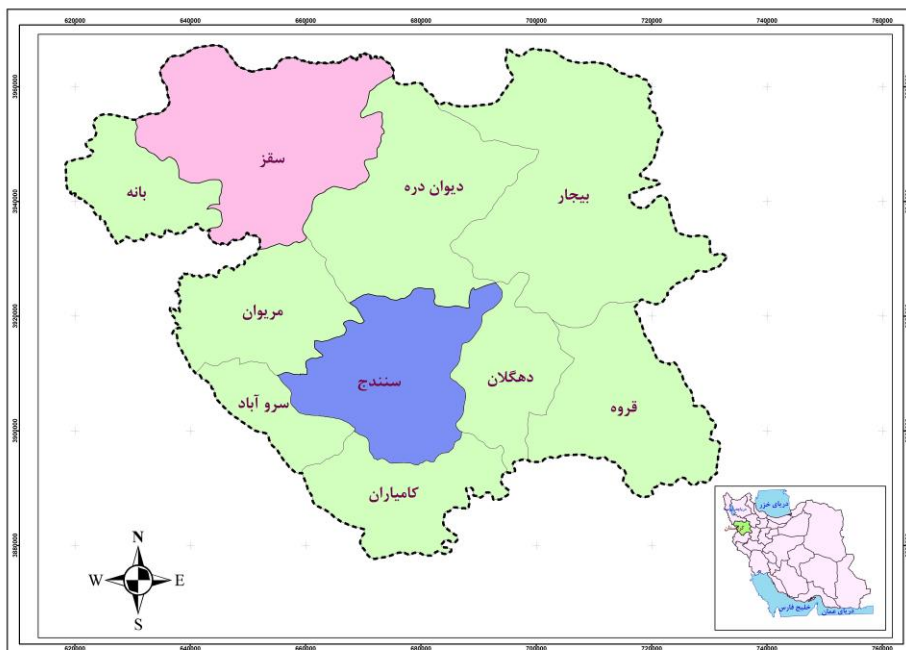
مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

در این پژوهش، از داده‌های بارندگی ماهانه دو ایستگاه‌های سینوپتیک سنندج و سقز، که دارای داده‌هایی با آمار بلندمدت و کیفیت مناسب بودند، طی سال‌های ۱۹۶۱ تا ۲۰۱۷ استفاده شده است. سنندج و سقز در استان کردستان واقع هستند که جزو مناطق کوهستانی با خصوصیات اقلیمی تابستان‌های معتدل و زمستان‌های سرد به‌شمار می‌آیند. سنندج در $35^{\circ}20'$ عرض شمالی و $47^{\circ}00'$ طول شرقی و سقز در $36^{\circ}15'$ عرض شمالی و $46^{\circ}20'$ طول شرقی قرار گرفته است. میزان متوسط بارندگی سالانه سنندج و سقز به ترتیب ۴۲۷ و ۴۸۰ میلی‌متر است. در شکل ۱، موقعیت محدوده‌های مطالعاتی نشان داده شده است.

سپس با استفاده از مدل‌سازی تابع مفصل برای شش منطقه با اقلیم‌های مختلف در نیوزلند منحنی‌های شدت، مدت و فرکانس را بدست آوردند. ساختار وابستگی مشاهده شده بین شدت و مدت نشان داد که مدل استفاده شده در تجزیه و تحلیل خشکسالی مناسب است. منتصری و همکاران (۱۳۹۶) توزیع احتمال توأم بزرگی-مساحت تحت پوشش خشکسالی در حوضه آبریز دریاچه ارومیه را با استفاده از توابع مفصل مورد بررسی قرار دادند و منحنی‌های بزرگی-مساحت- فراوانی و احتمال خشکسالی را ارائه نمودند. (She & Xia, 2018) تغییرات خشکسالی هواشناسی منطقه‌ای واقع در چین را با شاخص بارش-تبخیر و تعرق استاندارد شده (SPEI) و بررسی ریسک خشکسالی مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. نتایج نشان داد که در شمال غربی منطقه مورد مطالعه، احتمال وقوع خشکسالی‌های طولانی و شدید، بیشتر از جنوب شرقی آن است.

در مطالعه حاضر، از توابع مفصل جهت تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشکسالی‌های هواشناسی ایستگاه‌های سنندج و سقز استفاده شد و بهترین تابع



شکل (۱): موقعیت محدوده مطالعاتی



دوره خشکسالی با استفاده از معادله زیر تعریف شده است:

$$S = - \sum_{i=1}^D SPI_i \quad (1)$$

در این معادله، D مدت خشکسالی و S شدت خشکسالی است.

با توجه به وجود یک همبستگی بین مشخصه‌های خشکسالی، تحلیل تک متغیره خشکسالی به طور کامل ویژگی بالقوه خشکسالی را نشان نمی‌دهد. تحلیل دومتغیره با لحاظ کردن اثر هر دو مشخصه خشکسالی، می‌تواند توصیف دقیق‌تری از خشکسالی ارائه دهد.

تابع مفصل، نکویی برآزش آن و احتمالات توأم

تابع مفصل ابزاری است که ارتباط بین یک تابع توزیع چندمتغیره با توزیع های حاشیه‌ای یک بعدی و ساختار وابستگی آن را نشان می‌دهد. مدل‌سازی تابع مفصل بر اساس تئوری اسکالر پایه گذاری شده است (Sklar, 1959).

برای متغیرهای تصادفی پیوسته n بعدی X_1, \dots, X_n با توزیع های حاشیه‌ای $F(x_i) = P_x(X_i \leq x_i)$ ، توزیع توأم متغیر X به صورت زیر قابل تعریف است:

$$H_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) = P[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n] \quad (2)$$

تابع مفصل دومتغیره (C)، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_{XY}(x, y) = c(F_X(x), F_Y(y)) \quad (3)$$

در این رابطه، x و y دو متغیر تصادفی وابسته، F_{XY} تابع توزیع دومتغیره و F_X و F_Y توابع حاشیه‌ای هستند.

تابع مفصل دومتغیره برای دو متغیر شدت و مدت خشکسالی به صورت زیر است:

$$C(u, v) = F_{DS}(d, s) = C(F_D(d), F_S(s)) \quad (4)$$

در این رابطه، s و d به ترتیب شدت و مدت خشکسالی، F_D و F_S به ترتیب توابع توزیع حاشیه‌ای

شاخص بارش استاندارد شده (SPI)

از آنجا که عوامل بسیاری در به وقوع پیوستن یک خشکسالی دخالت دارند، شاخص‌های مختلفی برای پایش خشکسالی تعریف شده‌اند که هر شاخص تنها یک یا چند مشخصه خشکسالی را می‌سنجد (کارآموز و عراقی‌نژاد، ۱۳۸۴). از جمله شاخص‌های خشکسالی می‌توان به شاخص بارش استاندارد شده 1 (SPI)، شاخص بارش-تبخیر و تعرق استاندارد شده 2 (SPEI)، شاخص شناسایی خشکسالی (RDI) 3 و شاخص کمبود توأم (JDI) 4 اشاره کرد. در این پژوهش، از شاخص SPI استفاده شده است که یکی از ویژگی‌های این شاخص تعیین زمان آغاز و پایان خشکسالی و در نتیجه مدت آن در یک منطقه است. برای محاسبه این شاخص تنها مقادیر بارندگی ماهانه نیاز می‌باشد و از دیگر ویژگی‌های این شاخص سادگی محاسباتی آن می‌باشد.

شاخص SPI برای اولین بار توسط (McKee et al., 1993)، برای پایش وضعیت خشکسالی مورد استفاده قرار گرفت. آن‌ها SPI را در مقیاس‌های زمانی ۱، ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه محاسبه کردند. ماهیت احتمالاتی SPI اجازه می‌دهد تا آن را با مکان‌ها و متغیرهای مختلف مقایسه کنید و می‌توان آن را از نظر دوره‌های بازگشت تفسیر کرد. بنابراین، SPI به طور کلی به عنوان ابزار کلی برای ارزیابی خشکسالی مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین، اکثر محققین SPI را برای توسعه یک شاخص کسری خشکسالی مشترک مبتنی بر تابع مفصل بکار برده‌اند. خشکسالی به طور عمده بر اساس مدت و شدت آن‌ها مشخص می‌شود. هر دو این مشخصه‌ها در مدیریت خشکسالی نقش مهمی دارند. در نتیجه، بر اساس تعریف (Loukas & Vasiliades, 2004)، یک رویداد خشکسالی به عنوان یک دوره پیوسته تعریف می‌شود که SPI کمتر از صفر است.

مدت خشک یک دوره منفی ثابت SPI است، در حالیکه شدت خشکسالی به عنوان مقادیر تجمعی SPI در

¹ Standardized Precipitation Index

² Standardized Precipitation-Evapotranspiration Index

³ Reconnaissance Drought Index

⁴ Joint Deficit Index

مدت و شدت خشکسالی هستند. جدول ۱ مشخصات
توابع مفصل مورد بررسی در این پژوهش را نشان می

جدول (۱): مشخصات توابع مفصل مورد استفاده در این تحقیق (Shiau, 2006)

محدوده پارامتر وابستگی	رابطه ریاضی	تابع مفصل
$\theta \geq 0$	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	کلابتون
$\theta \neq 0$	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$	فرانک
$\theta \geq 1$	$uv \exp \left[\left[(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta} \right]^{-1/\theta} \right]$	گالامبوس
$\theta \geq 0$	$\exp \left[- \left[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} \right]^{1/\theta} \right]$	گامبل - هوگارد
$\theta \geq 0$	$\frac{1}{2} \frac{1}{\theta - 1} \left[1 + (\theta - 1)(u + v) - \left[(1 + (\theta - 1)(u + v))^2 - 4\theta(\theta - 1)uv \right]^{1/2} \right]$	پلاکت

که در آن، n تعداد داده‌ها، $F_D(d)$ و $F_S(s)$ به ترتیب توابع توزیع متغیرهای مدت (D) و شدت (S) خشکسالی و c تابع چگالی مفصل است که از رابطه زیر بدست می‌آید (Zhang & Singh, 2012):

$$c(u, v) = \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (6)$$

در این مطالعه، برای گزینش بهترین تابع مفصل، علاوه بر محاسبه مقدار حداکثر لگاریتم درست نمایی، معیار اطلاعات آکائیک^۱ (AIC)، ریشه میانگین حداقل مربعات^۲ (RMSE) و ضریب کارایی ناش-ساتکلیف^۳ (NSE) برای توابع مفصل با استفاده از روابط زیر محاسبه شدند:

$$AIC = -2LnML + 2K \quad (7)$$

برای تخمین پارامتر وابستگی مفصل برخی روش‌های پارامتری، نیمه پارامتری و غیرپارامتری توسط محققین مختلف توسعه داده شده‌است که از بین آنها، روش تابع استنتاجی برای حاشیه‌ها (IFM) متداول‌ترین روش برای تخمین پارامترهای مفصل می‌باشد (Joe, 1997).

بکارگیری این روش شامل دو مرحله مجزا می‌باشد: در مرحله اول توزیع‌های حاشیه‌ای از مقادیر مشاهده-ای بدست می‌آیند. مرحله‌ی دوم شامل بیشینه نمودن تابع درست‌نمایی مفصل جهت تخمین پارامتر وابستگی مفصل، تنها می‌باشد. این روش از نظر محاسباتی بسیار کارآمد است (Mirabbasi et al., 2012). تابع لگاریتم درست نمایی از معادله زیر بدست می‌آید (Salvadori et al., 2007):

$$L(\theta) = \sum_{k=1}^n \log \left[c \left\{ F_D(d), F_S(s) \right\} \right] \quad (8)$$

$$= \sum_{k=1}^n \log(c(u, v))$$

¹ Akaike Information Criterion

² Root Mean Square Error

³ Nash-Sutcliffe

$$P(D \leq d, S \geq s) = \frac{F_S(s) - C(F_D(d), F_S(s))}{1 - F_S(s)} \quad (12)$$

در زیر، معادلات دوره بازگشت توأم برای دو متغیر شدت و مدت آورده شده است که در آنها T_{DS} دوره بازگشت در حالت تجاوز همزمان هر دو متغیر شدت و مدت خشکسالی از آستانه موردنظر، T'_{DS} دوره بازگشت در حالت تجاوز همزمان یکی از دو متغیر شدت و مدت خشکسالی از آستانه موردنظر، $F_D(d)$ تابع توزیع تجمعی متغیر مدت، $F_S(s)$ تابع توزیع تجمعی متغیر شدت، $C(F_D(d), F_S(s))$ کوپلای دومتغیر (شدت و مدت)، L فاصله زمانی شروع یک خشکسالی و شروع خشکسالی بعدی و $E(L)$ میانگین تمام L ها است (Shiau, 2006).

$$D \geq d \text{ and } S \geq s \Rightarrow T_{DS} = \frac{E(L)}{(D \geq d, S \geq s)} = \quad (13)$$

$$\frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))}$$

$$D \geq d \text{ and } S \geq s \Rightarrow T'_{DS} = \frac{E(L)}{(D \geq d \text{ or } S \geq s)} = \quad (14)$$

$$\frac{E(L)}{1 - C(F_D(d), F_S(s))}$$

تعیین توزیع احتمالاتی تجربی (مفصل تجربی)

جفت‌های $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ، سری-های مشاهده‌ای دو متغیره را نمایش می‌دهند. احتمال تجربی توأم تجمعی هر جفت با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F = \frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^i \sum_{l=1}^i N_{ml} \quad (15)$$

نتایج و بحث

تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشکسالی در تدوین صحیح و کارآمد طرح‌های مقابله با خشکسالی می‌تواند بسیار مؤثر باشد. در این بخش، نتایج تحلیل شدت و مدت خشکسالی هواشناسی ایستگاه های سینوپتیک

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [C_P(i) - C_e(i)]^2} \quad (8)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (C_P(i) - C_e(i))^2}{\sum_{i=1}^n (C_e(i) - \bar{C}_e)^2} \quad (9)$$

که در روابط فوق، C_P و C_e به ترتیب مقادیر محاسبه شده تابع مفصل پارامتری (تئوری) و مقادیر مشاهداتی احتمال بدست آمده از مفصل تجربی هستند. \bar{C}_e میانگین مقادیر مشاهداتی احتمال بدست آمده مفصل تجربی می باشد. $\ln ML$ تابع حداکثر لگاریتم درست نمایی، K تعداد پارامترهای تابع مفصل و n تعداد داده‌ها است.

احتمال توأم شدت و مدت خشکسالی‌های مبتنی بر تابع مفصل می‌تواند جهت تحلیل دقیق‌تر شرایط خشکسالی مورد استفاده قرار گیرد که این موضوع اطلاعات مفیدی برای بهبود مدیریت سیستم‌های منابع آب تحت شرایط خشکسالی را در اختیار مدیران و تصمیم‌سازان منابع آب قرار می‌دهد. احتمال اینکه مقادیر شدت و مدت خشکسالی به طور همزمان از حد معینی بیشتر شود، از رابطه زیر قابل محاسبه است (Shiau, 2006):

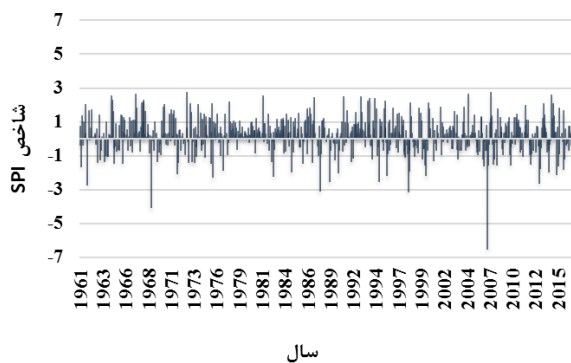
$$P(D \geq d, S \geq s) = \quad (10)$$

$$1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))$$

همچنین احتمالات شرطی دومتغیره نیز به راحتی از روابط زیر بدست می‌آیند:

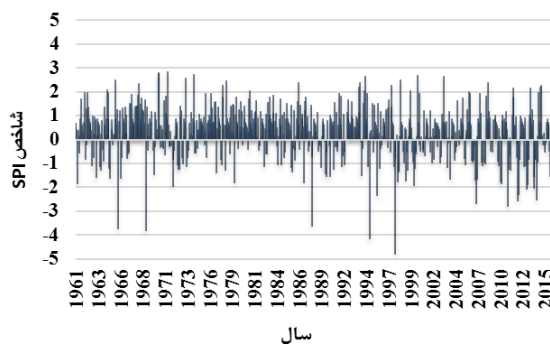
$$P(S \leq s, D \leq d) = \frac{F_S(s) - C(F_D(d), F_S(s))}{1 - F_D(d)} \quad (11)$$

مقادیر شدت خشکسالی، از مجموع SPI های منفی متوالی محاسبه شدند و مقادیر مدت خشکسالی، تعداد SPI های منفی متوالی بر حسب ماه هستند. نمودار پراکندگی شدت و مدت خشکسالی برای ایستگاه‌های سنندج و سقز در شکل ۳ ارائه شده است.



(ب)

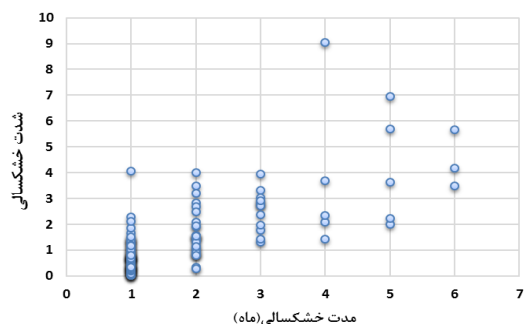
سنندج و سقز مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا مقادیر SPI ماهانه محاسبه گردید. سری زمانی SPI ماهانه برای ایستگاه‌های سنندج و سقز در شکل ۲ نشان داده شده است. در ادامه مقادیر متغیرهای شدت و مدت خشکسالی از مقادیر SPI ماهانه استخراج شدند. بدین صورت که



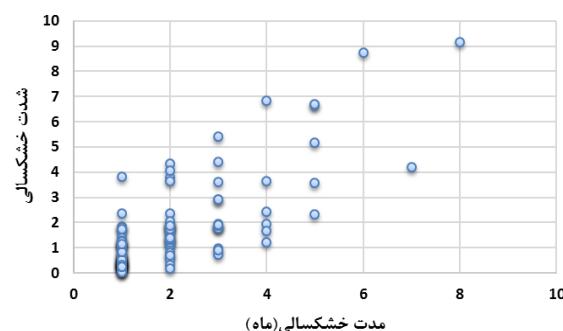
سال

(الف)

شکل (۲): شاخص SPI ماهانه ایستگاه‌های سینوپتیک الف (سنندج و ب) سقز



(ب)



(الف)

شکل (۳): نمودار پراکندگی شدت و مدت خشکسالی ایستگاه‌های سینوپتیک الف (سنندج و ب) سقز

$$F_D(d) = \frac{1}{\lambda} * e^{-d/\lambda} \quad d > 0 \quad (16)$$

$$F_S(s) = \frac{s^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} * e^{-s/\beta} \quad s > 0 \quad (17)$$

در روابط فوق، d مدت خشکسالی و λ پارامتر توزیع نمایی است. همچنین، s شدت خشکسالی، α پارامتر شکل، β پارامتر مقیاس و Γ تابع گاما است. مقدار پارامترهای توزیع‌های آماری نمایی و گاما به روش حداکثر درست نمایی محاسبه و در جدول ۲ ارائه شده است.

تعدادی از توزیع‌های تک متغیره به طور جداگانه بر مقادیر متغیرهای شدت و مدت خشکسالی در هر دو ایستگاه برآزش داده شدند و از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف در سطح معنی‌داری ۵ درصد جهت انتخاب توزیع مناسب استفاده شد. نتایج نشان داد که مناسب‌ترین توزیع آماری در هر دو ایستگاه برای متغیرهای شدت و مدت خشکسالی به ترتیب گاما و نمایی می‌باشند. نتایج بدست آمده در این بخش با مطالعات (Mirabbasi et al., 2012) و (Shiau, 2006) تطابق دارد.

معادلات ۱۶ و ۱۷ به ترتیب تابع چگالی احتمال توزیع‌های نمایی و گاما می‌باشند.

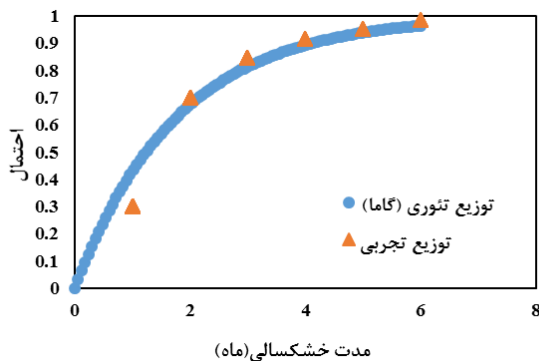


جدول (۲): مقدار پارامترهای توزیع‌های نمایی و گاما در ایستگاه‌های سنندج و سقز

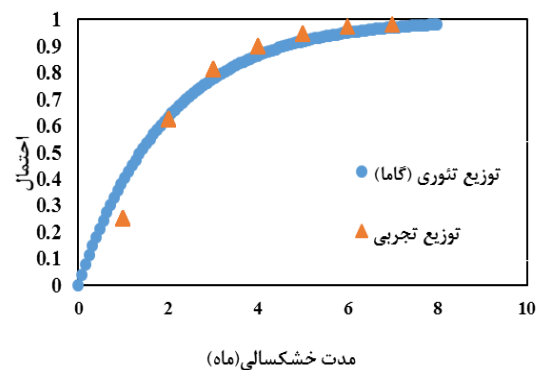
ایستگاه	α	β	λ
سنندج	۱/۱۴۹۸	۱/۴۷۲۷	۲
سقز	۱/۱۹۵۸	۱/۳۱۱۰	۱/۷۸۷۴

توزیع‌های نمایی و گاما برازش مناسبی بر متغیرهای مدت و شدت خشکسالی در هر دو ایستگاه دارند و نتایج بدست آمده بر اساس آزمون کولموگروف-اسمیرنف را تأیید می‌کنند.

در شکل ۴، مقایسه بین مقادیر مشاهداتی مدت خشکسالی و توزیع نمایی برازش داده شده بر روی داده‌ها ارائه شده است. همچنین در شکل ۵ مقایسه بین مقادیر شدت خشکسالی و توزیع گامای برازش یافته بر داده‌های شدت نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود

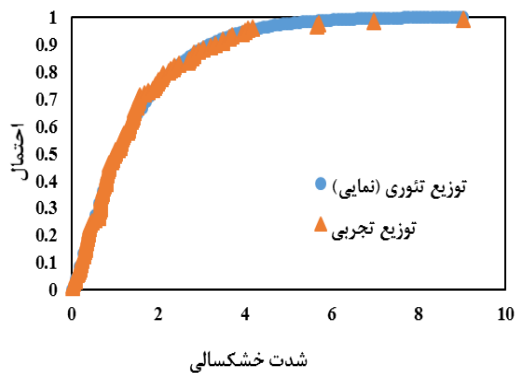


(ب)

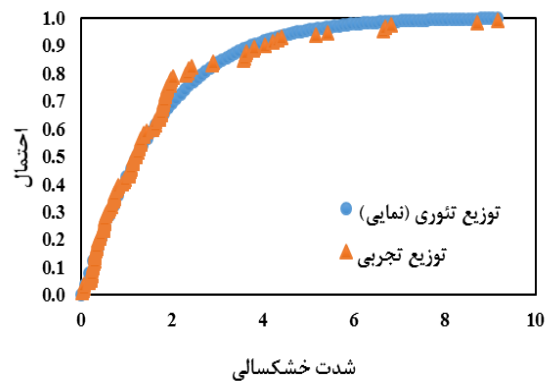


(الف)

شکل (۴): مقایسه مقادیر مدت خشکسالی و توزیع آماری نمایی برازش داده شده در ایستگاه‌های الف (سنندج و ب) سقز



(ب)



(الف)

شکل (۵): مقایسه مقادیر شدت خشکسالی و توزیع آماری گامای برازش داده شده در ایستگاه‌های الف (سنندج و ب) سقز بررسی شود. مقادیر ضریب همبستگی خطی (R) در ایستگاه‌های سنندج و سقز به ترتیب برابر ۰/۹۱۱ و

به منظور استفاده از توابع مفصل لازم است میزان همبستگی بین متغیرهای شدت و مدت خشکسالی

بهبتر بوده است. همچنین برای هر دو ایستگاه سنندج و سقز بیشترین مقدار حداکثر لگاریتم درست‌نمایی متعلق به تابع مفصل فرانک است. لذا تابع مفصل فرانک به عنوان مناسب‌ترین تابع برای ایجاد توزیع دومتغیره خشکسالی در ایستگاه‌های سنندج و سقز انتخاب شد. در مطالعه (Mirabbasi et al., 2012) برای بررسی خشکسالی‌های ایستگاه شرفخانه نیز نظیر این تحقیق از شاخص‌های آماری مشابهی برای انتخاب بهترین تابع مفصل استفاده شد که در مطالعات آن‌ها بهترین تابع مفصل تابع گلامبوس بود. دلیل تفاوت در نوع تابع مفصل بهینه در این دو تحقیق می‌تواند ناشی از تفاوت‌های موجود در پارامترهای اقلیمی و همچنین یکسان نبودن مقادیر شدت و مدت خشکسالی در مناطق مختلف کشور ایران دانست.

۰/۹۳۷ بدست آمدند. همچنین مقادیر ضریب تاو کندال برای ایستگاه‌های سنندج و سقز به ترتیب برابر ۰/۶۷۷ و ۰/۶۵۸ بود. با توجه به مقادیر بدست آمده می‌توان گفت همبستگی مثبت و قابل توجهی بین مقادیر شدت و مدت خشکسالی در هر دو ایستگاه وجود دارد که این موضوع کاربرد موفقیت آمیز توابع مفصل را توجیه می‌کند.

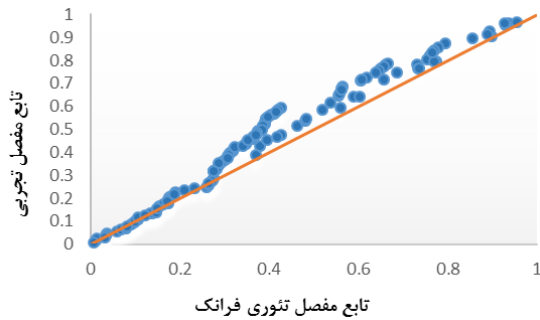
در جدول ۳، مقادیر پارامتر وابستگی (θ) و شاخص‌های آماری خطا برای توابع مفصل بکار گرفته شده در این تحقیق ارائه شده است. تابع مفصلی که دارای بیشترین مقدار NSE و کمترین مقادیر AIC و RMSE باشد، به عنوان مناسب‌ترین تابع در نظر گرفته می‌شود. با بررسی جدول ۳ می‌توان دید که مقادیر معیارها در هر دو ایستگاه مربوط به تابع مفصل فرانک از سایر توابع مفصل

جدول (۳): مقادیر پارامتر θ ، تابع حداکثر لگاریتم درست‌نمایی، RMSE، AIC و NSE برای توابع مفصل مورد بررسی

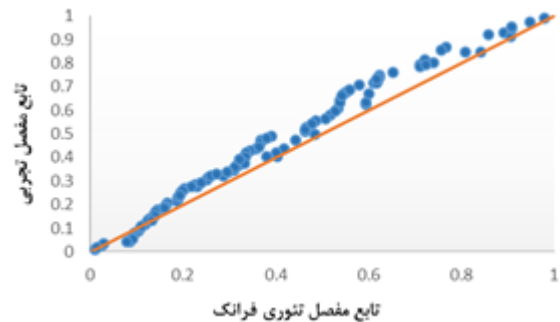
ایستگاه	توزیع	پارامتر وابستگی مفصل	تابع لگاریتم درست‌نمایی	AIC	NSE	RMSE
سنندج	کلایتون	۱/۰۵۲۹	-۳۴۵/۹۷۳۷	۶۹۳/۹۴۷۴	۰/۱۸۶۳۶	۰/۰۹۸۲
	فرانک	۶/۰۰۰۲	-۳۲۸/۹۱۴۰	۶۵۹/۸۲۸۰	۰/۹۳۹۳	۰/۰۶۵۵
	گلامبوس	۱/۱۳۹۴	-۳۲۹/۵۱۳۷	۶۶۱/۰۲۷۴	۰/۹۲۰۲	۰/۰۷۵۱
	گامبل-هوگارد	۱/۸۵۲۴	-۳۳۰/۱۴۰۶	۶۶۲/۲۸۱۲	۰/۹۲۰۲	۰/۰۷۵۱
	پلاکت	۹/۱۱۹۸	-۳۳۱/۱۱۷۰	۶۶۴/۳۷۳۹	۰/۹۲۲۶	۰/۰۷۴۰
	کلایتون	۰/۸۷۴۱	-۳۶۴/۶۲۰۶	۷۳۱/۲۴۱۳	۰/۸۰۱۰	۰/۱۱۸۵
سقز	فرانک	۶/۳۷۹۵	-۳۳۹/۳۷۵۸	۶۸۰/۷۵۱۶	۰/۹۱۷۴	۰/۰۷۶۳
	گلامبوس	۱/۲۱۹۳	-۳۴۱/۸۵۲۶	۶۸۰/۷۵۱۶	۰/۹۱۷۴	۰/۰۷۶۳
	گامبل-هوگارد	۱/۹۳۱۲	-۳۴۱/۴۴۸۲	۶۸۴/۸۹۶۴	۰/۸۹۳۳	۰/۰۸۶۷
	پلاکت	۱۰/۵۰۸۳	-۳۴۱/۸۰۶۵	۶۸۵/۶۱۳۱	۰/۸۹۹۰	۰/۰۸۴۴
	کلایتون	۰/۸۷۴۱	-۳۶۴/۶۲۰۶	۷۳۱/۲۴۱۳	۰/۸۰۱۰	۰/۱۱۸۵

دارد. با توجه به خط نیمساز ۴۵ درجه می‌توان گفت که به ازای مقادیر احتمال بزرگتر از ۰/۳، تابع مفصل تجربی نسبت به مقادیر تنوری بیش برآزش داشته است.

در شکل ۶ نمودار پراکندگی تابع مفصل تجربی نسبت به تابع تنوری فرانک برای هر دو ایستگاه مورد بررسی نشان داده شده است. با توجه به شکل ۶، می‌توان گفت که برآزش مناسبی بین مقادیر تنوریک و تجربی وجود



(ب)

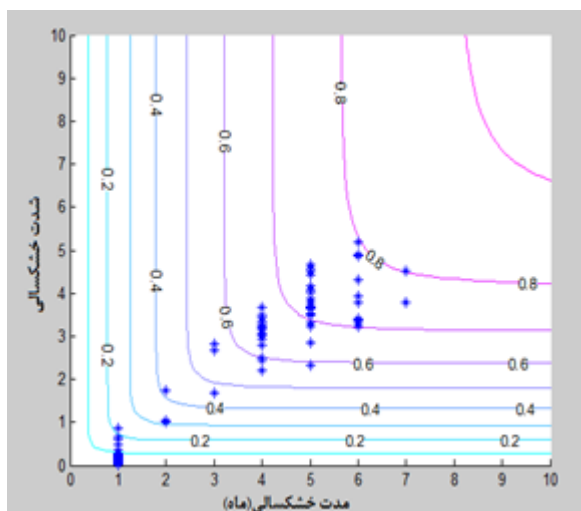


(الف)

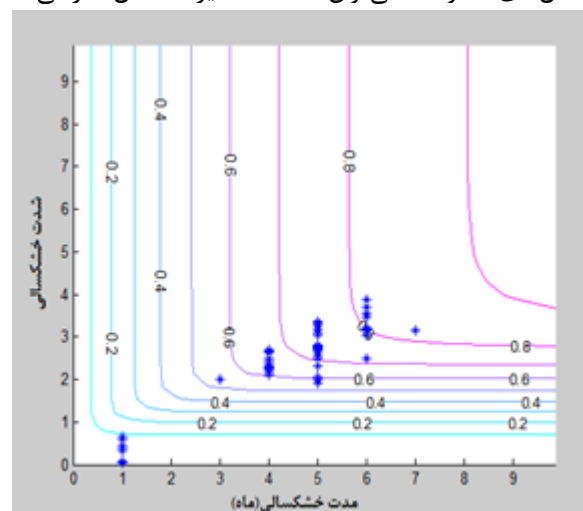
شکل (۶): تابع مفصل تجربی بر حسب تابع مفصل تئوری فرانک برای ایستگاه های الف) سنندج و ب) سقز

در شکل ۷، منحنی‌های کنترل احتمالات توام شدت و مدت خشکسالی با استفاده از تابع مفصل فرانک در ایستگاه‌های سنندج و سقز نشان داده شده است. احتمالات توام مشخصه‌های خشکسالی از اهمیت بسزایی در مدیریت خشکسالی برخوردارند و می‌توانند اطلاعات مفیدی در اختیار سازمان‌ها، مدیران و برنامه ریزان صنعت آب کشور جهت بهبود مدیریت منابع آب در شرایط خشکسالی قرار دهند. در شکل ۸، توزیع شرطی شدت خشکسالی به ازای تجاوز مقادیر مدت خشکسالی از یک مقدار مشخص نشان داده شده است. همچنین شکل ۹، توزیع شرطی مدت خشکسالی به ازای تجاوز مقادیر شدت خشکسالی از یک مقدار معین را نشان می‌دهد. با توجه به شکل‌های ۸ و ۹، می‌توان گفت مقادیر احتمال شرطی

شدت خشکسالی و مقادیر احتمال مدت خشکسالی به ترتیب با افزایش مدت خشکسالی و شدت خشکسالی، کاهش می‌یابند. نتایج به دست آمده در این بخش با نتایج مطالعات (Mirabbasi et al., 2012) و (Shiau, 2006) همخوانی و مطابقت دارد. با توجه به شکل ۸، مقدار احتمال شدت خشکسالی‌های کمتر از ۳ به ازای تجاوز مدت خشکسالی به بیش از ۲ ماه برای ایستگاه‌های سنندج و سقز به ترتیب برابر ۰/۷۳۳ و ۰/۴۷۵ خواهد بود. همچنین با توجه به شکل ۹ احتمال مدت خشکسالی کمتر از ۳ ماهه به ازای تجاوز شدت خشکسالی به بیش از ۲ برای ایستگاه‌های سنندج و سقز به ترتیب برابر ۰/۰۷۸ و ۰/۱۴۰ خواهد بود.

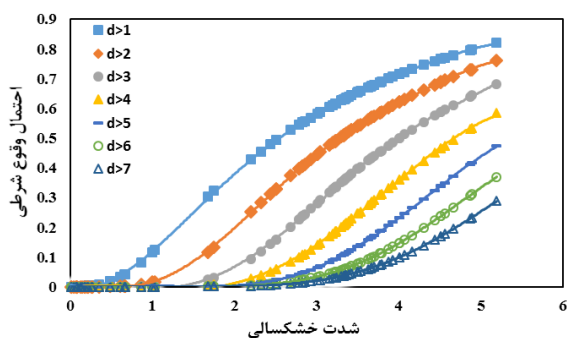


(ب)

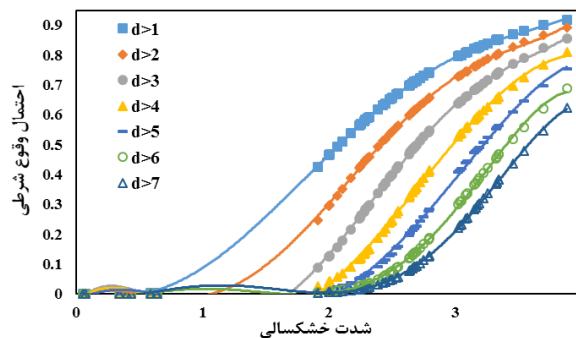


(الف)

شکل (۷): احتمال توام شدت و مدت خشکسالی با استفاده از داده‌های مشاهده شده برای ایستگاه‌های الف) سنندج و ب) سقز



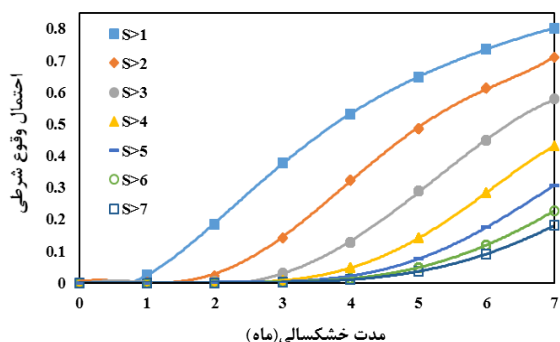
(ب)



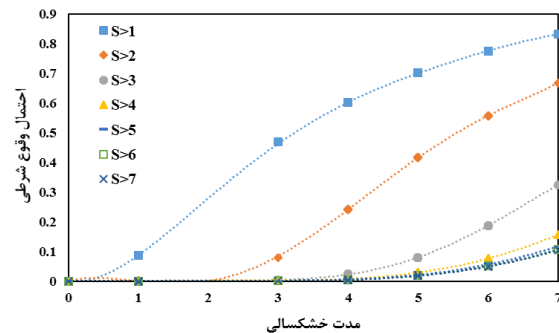
(الف)

شکل (۸): احتمال شرطی شدت خشکسالی به ازای تجاوز مقادیر مدت خشکسالی از یک مقدار مشخص برای ایستگاه های الف) سنندج

و ب) سقز



(ب)



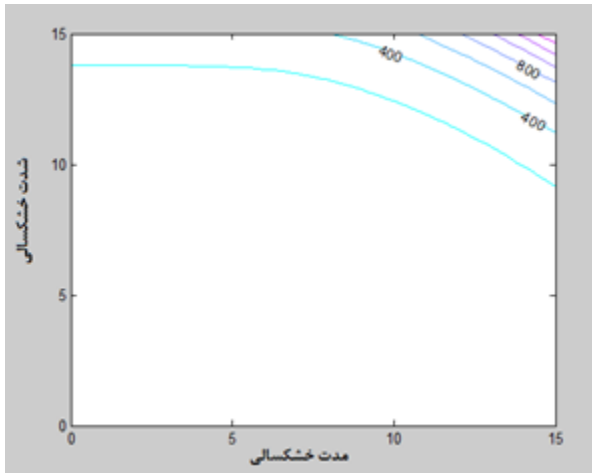
(الف)

شکل (۹): احتمال شرطی مدت خشکسالی به ازای تجاوز مقادیر شدت خشکسالی از یک مقدار مشخص برای ایستگاه های الف) سنندج

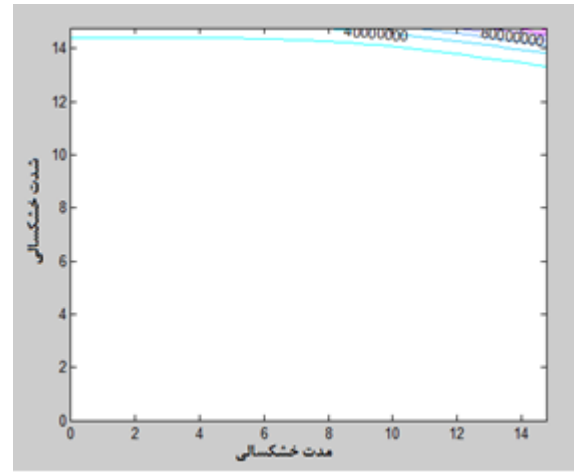
و ب) سقز

باشد. شکل های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب دوره بازگشت در حالت تجاوز همزمان هر دو متغیر شدت و مدت خشکسالی از آستانه موردنظر و دوره بازگشت در حالت تجاوز یکی از دو متغیر شدت یا مدت خشکسالی از آستانه مورد نظر را برای ایستگاه های سنندج و سقز نشان می دهند.

برنامه ریزی و مدیریت سیستم های منابع آب در شرایط خشکسالی نیاز به برآورد دوره های بازگشت از وقایع خشکسالی دارد که با شدت های زیاد مشخص می شود. از آنجا که هر دو متغیر شدت و مدت نقش مهمی در ارزیابی و مدیریت شرایط خشکسالی دارند، برآورد دوره بازگشت توأم از مشخصه های خشکسالی می تواند کارآمد

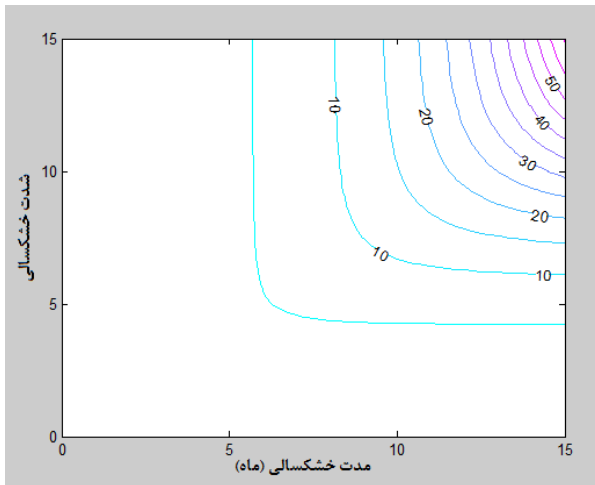


(ب)

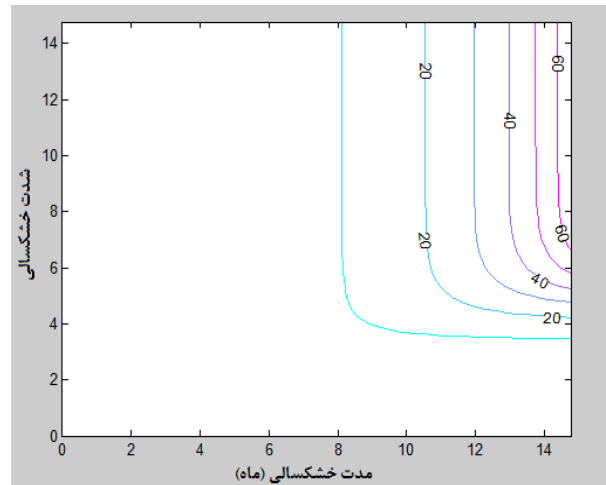


(الف)

شکل (۱۰): دوره بازگشت توأم شدت و مدت خشکسالی در حالت ($D \geq d$ and $S \geq s$) برای ایستگاه های الف) سنندج و ب) سقز

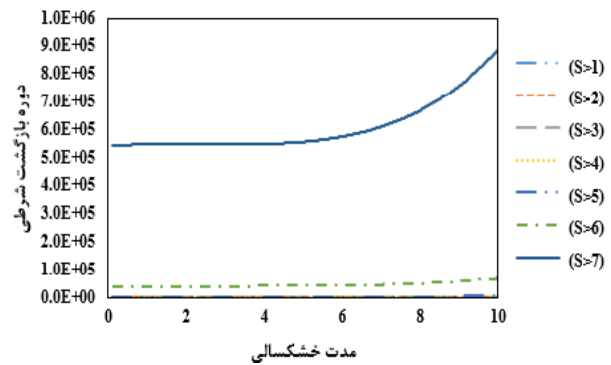
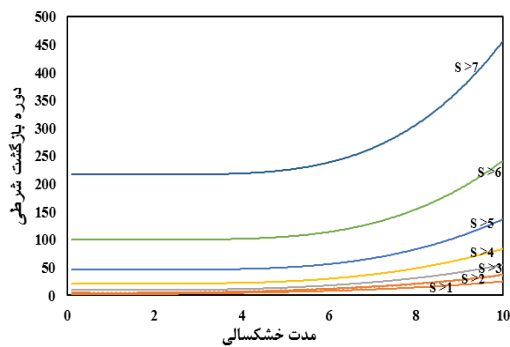


(ب)

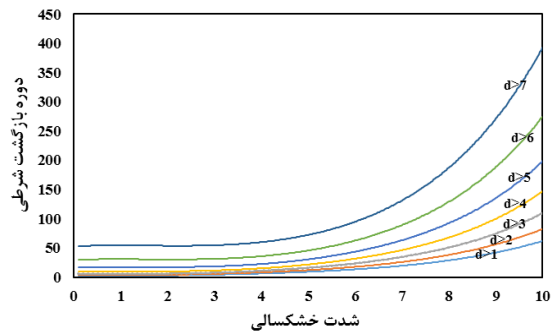


(الف)

شکل (۱۱): دوره بازگشت توأم شدت و مدت خشکسالی در حالت ($D \geq d$ or $S \geq s$) برای ایستگاه های الف) سنندج و ب) سقز

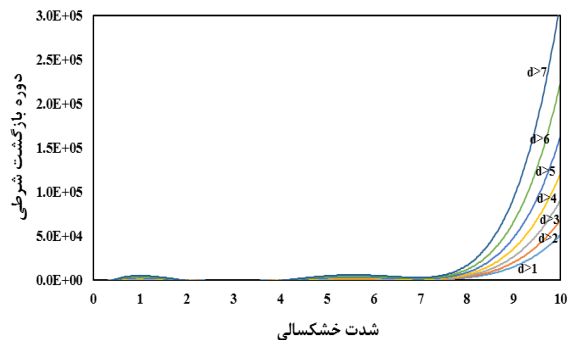


(ب)



(ب)

(الف)



(الف)

شکل (۱۲): دوره بازگشت شرطی مدت خشکسالی به ازای مقادیر مختلف شدت خشکسالی برای ایستگاه های الف) سنندج و ب) سقز

شکل (۱۳): دوره بازگشت شرطی شدت خشکسالی به ازای مقادیر مختلف مدت خشکسالی برای ایستگاه های الف) سنندج و ب) سقز

های سنندج و سقز در غرب ایران ارائه شده است. بدین منظور برای تعیین مقادیر خشکسالی از شاخص SPI استفاده شد. برای تحلیل فراوانی شدت و مدت خشکسالی، به ترتیب توزیع‌های گاما و نمایی انتخاب شدند. ضریب تاو کندال برای نشان دادن وابستگی بین متغیرهای شدت و مدت خشکسالی برای هر دو ایستگاه محاسبه شد. نتایج بدست آمده حاکی از وابستگی بالای شدت و مدت خشکسالی در دو ایستگاه مورد مطالعه بود. در ادامه تحلیل دو متغیره خشکسالی با استفاده از توابع مفصل مورد بررسی قرار گرفت. توابع مفصل مختلف بر متغیرهای شدت و مدت خشکسالی برازش داده شدند و پارامتر توابع مفصل با استفاده از روش تابع استنتاجی برای حاشیه‌ها (IFM) محاسبه شد. تابع مفصل فرانک به عنوان بهترین مدل دومتغیره برای ایستگاه‌های سنندج و سقز، به دلیل دارا بودن بیشترین لگاریتم درست نمایی (۳۲۸/۹۱۴۰- و ۳۳۹/۳۷۵۸-) و NSE (۰/۹۳۹۳ و ۰/۰۷۶۳) و کمترین مقدار RMSE (۰/۰۶۵۵ و ۰/۰۹۱۷۴) و AIC (۶۵۹/۸۲۸۰ و ۶۸۰/۷۵۱۶)، انتخاب گردید. مدل دومتغیره خشکسالی شامل احتمالات دومتغیره، و همچنین دوره بازگشت توام شدت و مدت خشکسالی، همچنین احتمال وقوع شرطی و دوره بازگشت شرطی از مشخصه‌های خشکسالی برای ایستگاه های سنندج و سقز

در شکل ۱۲ نمودار دوره بازگشت شرطی برای مدت خشکسالی به ازای مقادیر شدت خشکسالی بزرگتر از یک آستانه مشخص نشان داده شده است. همچنین شکل ۱۳، مقادیر دوره بازگشت شرطی شدت خشکسالی به ازای تجاوز مقادیر مدت خشکسالی از یک مقدار مشخص را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲، اگر دوره بازگشت شرطی خشکسالی ۴ ماهه با شدت خشکسالی بیشتر از ۵ مدنظر باشد، مقدار $T_{D/S \geq s}$ به ترتیب برابر ۳۵۹۶/۶۲ و ۴۷/۳۲ سال برای ایستگاه‌های سنندج و سقز است. همچنین با توجه به شکل ۱۳، اگر دوره بازگشت شرطی خشکسالی با شدت ۴ و مدت بیش از ۳ ماه مدنظر باشد، مقدار $T_{S/D \geq d}$ برای ایستگاه‌های سنندج و سقز به ترتیب برابر ۴۳/۳۳ و ۱۰/۹۰ سال می‌باشد. مقادیر دوره بازگشت توام متغیرهای شدت و مدت خشکسالی معیاری مفید جهت طراحی سازه‌های هیدرولیکی بوده و می‌تواند در تحلیل ریسک مورد استفاده قرار گیرد.

نتیجه گیری

خشکسالی یکی از پدیده‌های حدی است که آگاهی از زمان وقوع، شدت و تداوم این رخداد، کمک قابل توجهی به مدیران بخش‌های مختلف خواهد کرد. در این تحقیق، تحلیل دومتغیره خشکسالی‌های هواشناسی برای ایستگاه-



مدت خشکسالی بیش از ۶ ماه برای ایستگاه سنندج برابر ۲۸۵ سال و دوره بازگشت شدت خشکسالی بیش از ۶/۵۰ به ازای مدت خشکسالی بیش از ۶ ماه برای ایستگاه سقز برابر ۷۴ سال محاسبه شدند. نتایج بدست آمده نشان داد که با استفاده توابع مفصل می‌توان ساختار وابستگی موجود بین مشخصه‌های خشکسالی نظیر شدت و مدت خشکسالی را بخوبی مدل کرد. با توجه به ماهیت پدیده خشکسالی، تحلیل احتمالاتی چندمتغیره خشکسالی، در تدوین صحیح و کارآمد مدیریت منابع آبی در زمان وقوع خشکسالی می‌تواند موثر و کارآمد باشد

محاسبه شدند. طولانی‌ترین و شدیدترین رویداد خشکسالی که در ایستگاه سنندج در طول ماه‌های جولای تا دسامبر سال ۱۹۹۷ با مدت ۶ ماه و شدت ۴/۸۰ و در ایستگاه سقز در طول ماه‌های جولای تا دسامبر سال ۲۰۰۷ با مدت ۶ ماه و شدت ۶/۵۰ مشاهده شد. دوره بازگشت شرطی برای مدت خشکسالی بیش از ۶ ماه، به ازای شدت خشکسالی بیش از ۴/۸۰ برای ایستگاه سنندج برابر ۳۱۰۵ سال و دوره بازگشت شرطی مدت خشکسالی بیش از ۶ ماه به ازای شدت خشکسالی بیش از ۶/۵۰ برای ایستگاه سقز برابر ۱۸۷ سال به دست آمد. همچنین دوره بازگشت برای شدت خشکسالی بیش از ۴/۸۰، به ازای

منابع

- کارآموز، م.، و ش. عراقی نژاد. ۱۳۸۴. هیدرولوژی پیشرفته. چاپ اول. انتشارات دانشگاه امیرکبیر.
- متولی‌باشی‌نائینی، ا. ۱۳۹۶. تحلیل خصوصیات خشکسالی با در نظر گرفتن تغییر اقلیم با روش توابع مفصل، مطالعه موردی: حوزه آبریز زاینده رود. پایان‌نامه دکتری دانشگاه شهید چمران اهواز.
- منتصری، م.، ب. امیرعطایی و ح. رضایی. ۱۳۹۶. تحلیل منطقه بزرگی ای و استخراج منحنی - مساحت - فراوانی خشکسالی با استفاده از توابع مفصل در حوزه آبریز دریاچه ارومیه. نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، جلد ۳۱، شماره ۴.
- Loukas, A. and L. Vasiliades. 2004. Probabilistic analysis of drought spatiotemporal characteristics in Thessaly region, Greece. *Natural Hazards and Earth System Science*, 4:719-731.
- McKee, T.B., N.J. Doesken and J. Kleist. 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales. In *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*, 17:179-183.
- Mirakbari, M., A. Ganji and S.R. Fallah. 2010. Regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(12): 985-1000.
- Mirabbasi, R., A. Fakheri-Fard and Y. Dinpashoh. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*, 108(1-2): 191-206.
- Mitková, V.B. and D. Halmová. 2014. Joint modeling of flood peak discharges, volume and duration: a case study of the Danube River in Bratislava. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 62(3): 186-196.
- Nelsen, R.B. 2006. An introduction to copulas, ser. Lecture Notes in Statistics. New York: Springer.
- Reddy, M.J. and P. Ganguli. 2012. Bivariate flood frequency analysis of Upper Godavari River flows using Archimedean copulas. *Water Resources Management*, 26(14): 3995-4018.



Salvadori, G., C. De Michele, N.T. Kottegoda and R. Rosso. 2007. Extremes in nature: an approach using copulas. Springer Science & Business Media. Vol. 56.

Sklar, M. 1959. Functions de repartition an dimensions et leurs marges. Publ. inst. statist. univ. Paris, 8: 229-231.

Shafaei, M., A. Fakheri-Fard, Y. Dinpashoh, R. Mirabbasi and C. De Michele. 2017. Modeling flood event characteristics using D-vine structures. Theoretical and Applied Climatology, 130(3-4): 713-724.

She, D. and J. Xia. 2018. Copulas-based drought characteristics analysis and risk assessment across the Loess Plateau of China. Water Resources Management, 32(2): 547-564.

Shiau, J.T. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. Water resources management, 20(5): 795-815.

Singh, S.K., A. Chamorro, M.S. Srinivasan and L. Breuer. 2017. A copula-based analysis of severity-duration-frequency of droughts in six climatic regions of New Zealand. Journal of Hydrology (New Zealand), 56(1):13.

Tosunoglu, F. and O. Kisi. 2016. Joint modelling of annual maximum drought severity and corresponding duration. Journal of Hydrology, 543: 406-422.

Zhang, L. and V.P. Singh. 2012. Bivariate rainfall and runoff analysis using entropy and copula theories. Entropy, 14(9): 1784-1812.

Zhang, J., Z. Ding and J. You. 2014. The joint probability distribution of runoff and sediment and its change characteristics with multi-time scales. Journal of Hydrology and Hydromechanics, 62(3): 218-225.



Bivariate Analysis of Duration and Severity of Drought in Sanandaj and Saqez Stations

Neshat. Jahannemaei¹, Payam. Khosravinia^{2*}, Hadi. Sanikhani³, Rasoul. Mirabbasi⁴

Abstract

Drought is one of the natural events that has a great impact on the environment. The severity and duration of drought are two important characteristics for the detection of drought and are usually derived from the weather data such as precipitation. In this study, two-dimensional copulas were used to construct bivariate distribution of drought characteristics for Sanandaj and Saqez stations located in the western part of Iran. Two important characteristics of drought including; duration and severity were derived from the standardized precipitation index (SPI) time series. In order to use copulas functions, Spearman's rho and Kendall's tau correlation coefficients were first calculated to assess correlation between variables of severity and duration of drought for both of considered stations. The results showed that there is a significant correlation between severity and duration of drought. After determining the best fitted marginal distributions on drought characteristics, the fitness of five different copulas for developing the bivariate distribution of severity and duration of drought was examined and the dependency parameter of each copula was calculated using the inference function for the margins technique (IFM). The results showed that for both stations (i.e. Sanandaj & Saqez) Frank copula function, due to having the highest log-likelihood (-328.9137 & -339.3758) and NSE (0.9393 & 0.9174), and the lowest values of RMSE (0.0655 & 0.0763) and AIC (695.8280 & 680.7516), is the most appropriate function for constructing the bivariate distribution of duration and severity of drought. Finally, the conditional probability of drought, joint and conditional returns periods of drought were calculated. The obtained results can provide useful information for planning and management of water resources over the studied area.

Keywords: Copulas functions; Meteorological drought; Drought characteristics; Water resources management

¹ - Ms.c. Student of Water Engineering, Department of Water sciences and Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.

² - Assistant Professor of Water Engineering, Department of Water sciences and Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran. (*-Corresponding Author Email: P.khosravinia@uok.ac.ir)

³ - Assistant Professor of Water Engineering, Department of Water sciences and Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.

⁴ - Associate Professor, Department of Water Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran.