

Research Paper

Solving Water Hammer equations by Chebyshev super-spectral viscosity method and unsteady roughness coefficientMohana Faraji¹,Elham Darvishi^{2*}¹ Ms Student, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran² Assistant Professor, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran

10.22125/IWE.2021.279167.1494

Received:
April.12.2021
Accepted:
June.10.2021
Available online:
October.05.2022

Keywords:
Super-spectral viscosity, spectral method, Water Hammer, unsteady roughness coefficient, finite difference method

Abstract

Predicting the impact due to the Water Hammer phenomenon is very important in the design of the pipe line and Water Hammer control equipment. Different numerical methods are used to solve Water Hammer equations. In this research, Chebyshev spectral method and Chebyshev super-spectral viscosity method have been used to solve these equations in the case of sudden and slow closing of the valve with steady, quasi-steady and unsteady roughness coefficient and were compared with experimental data. In the case of rapid closing of the valve, both spectral methods with unsteady roughness coefficient have high accuracy in predicting the pressure and the results of both methods are same. However, in the case of slow closing of the valve with unsteady roughness coefficient, at the beginning of the Water Hammer, there is an error in calculating the minimum and maximum pressure, and over time, the error decreases and the pressure values are predicted later than the real time. Comparison of the results of Chebyshev super spectral viscosity method with the finite difference method shows that the spectral method has a higher accuracy in fast closing of the valve than the finite difference method. While in the case of slow closing of the valve at the beginning of the Water Hammer, the finite difference method has a higher accuracy in calculating the minimum and maximum pressure values. But over time, the results of the Chebyshev viscosity spectral method conform to the results of the finite difference method, and both methods predict pressure values later.

1. Introduction

Rapid speed changes in the pipes, which occur due to the sudden opening and closing of the valves, turning on and off the pumps, etc., cause a Water Hammer. This phenomenon leads to pipe breaks and destruction of pumping stations. Because Water Hammer equations are partial parabolic partial

* **Corresponding Author:** Elham Darvishi

Address: Department of Water Engineering,
College of Agriculture, Razi University,
Kermanshah, Iran

Email: e.darvishi@razi.ac.ir
Tel: +988338324820

differential equations, they are solved rarely mathematically. Various numerical methods have been used to calculate the pressure and velocity of unsteady flow in pipes. These methods include the characteristic line method (Wang and Yang, 2015; Mehdizadeh, 2017), finite element (Jovic, 1995; Shu, 2003), finite difference (Chaudhry and Hussaini, 1985; Sepahran and Badrinoudeh, 2012) and finite volume (Zhao and Ghidaoui, 2006). Except the method of characteristic, other methods require a large number of computational nodes to achieve the desired accuracy. Spectral and quasi-spectral methods that have been developed in recent years are able to calculate the answer with greater accuracy than numerical methods using fewer nodes and less time.

Chen and et al. 2013 used Chebyshev spectral viscosity method to solve the Water Hammer equations in the case of abrupt closing of the valve and compared the results with the method of characteristic. Their results showed that this method, in addition to the desired accuracy, does not have the instabilities of the Chebyshev spectral method. They calculated the roughness coefficient under steady state conditions.

In this research, the Water Hammer equations are investigated using the Chebyshev spectral viscosity method in the case of slow and sudden closing of the valve. Also, the roughness coefficient in the steady-state, quasi-steady and non-steady flow conditions is calculated and with laboratory results Bergant and et al. 2001 is compared.

2. Materials and Methods

In the Chebyshev spectral method, the series expansion for a function $u(x, \tau)$ in the range $[-1,1]$ is approximated as follows (Roger Peyret, 2002).

$$u_N(x, \tau) = \sum_{k=0}^N \hat{u}_k(\tau) T_k(x) \quad (1)$$

Where $\hat{u}_k(\tau)$ are time-dependent series spectral coefficients and $T_k(x)$ are Chebyshev polynomials of degree k and are defined according to $x \in [-1,1]$ as follows:

$$T_k(x) = \cos(k \cos^{-1} x) \quad (2)$$

And x interpolation points known as Chebyshev points:

$$x_i = \cos\left(\frac{i\pi}{N}\right), \quad i=0,1,2,\dots,N \quad (3)$$

And using the inverse relation, the coefficients can be calculated as Equation (4):

$$\hat{u}_k(\tau) = \frac{2}{Nc_k} \sum_{i=0}^N \frac{u_N(x_i, \tau)}{c_i} \cos\left(\frac{ki\pi}{N}\right) \quad (4)$$

Where c_k and c_i for k in the range $i = 1,2,\dots, N-1$ are equal to one and $c_0 = c_N = 2$. The n th-order spatial derivative of the series expansion of the function $u(x, \tau)$ at the points x_i is computed using the Lagrangian polynomial analytical derivative, and if the function is written as relation (8), D_n is a matrix $(N+1) \times (N+1)$ It will be that $D(1) = D = d_{ik}$ and is obtained from Equation (6) (Roger Peyret, 2002).

$$u^n = D^n u \quad (5)$$

$$d_{ik} = \begin{cases} \frac{c_i (-1)^{i+k}}{c_k (x_k - x_i)} & i \neq k \\ \frac{x_i}{2(1-x_i^2)} & 1 \leq i = k \leq N-1 \\ \frac{-2N^2+1}{6} & i = k = 0 \\ \frac{2N^2+1}{6} & i = k = N \end{cases} \quad (6)$$

Using this matrix, instead of calculating the series coefficients, the sentences u will be calculated at each location.

3. Results

The results of solving water hammer equations with spectral methods show that in the case of Bergant and et al (2001) for rapid valve closure, Chebyshev spectral method and Chebyshev super spectral viscosity method with unsteady roughness coefficient have high accuracy in predicting the pressure and the results of both methods are same (Figure 1 & 2).

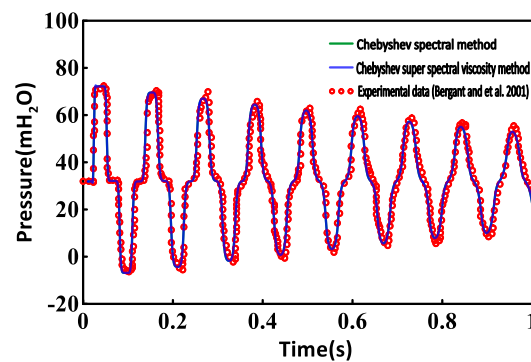


Figure 1. Pressure in the middle of the pipe with unsteady roughness coefficient and **rapid valve closure**

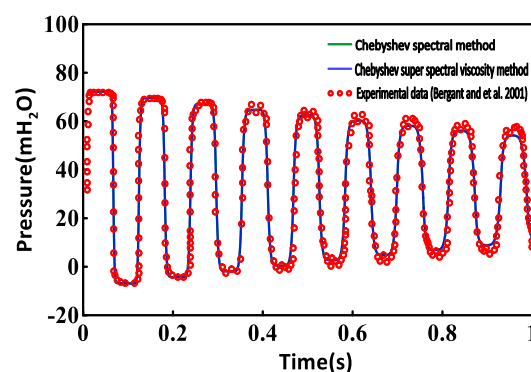


Figure 2. Pressure in the end of the pipe with unsteady roughness coefficient and **rapid valve closure**

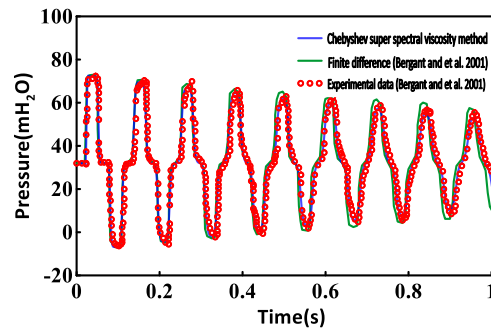


Figure 3. Results of finite difference method and Chebyshev super-spectral viscosity method in the middle of the pipe with unsteady roughness coefficient and rapid valve closure

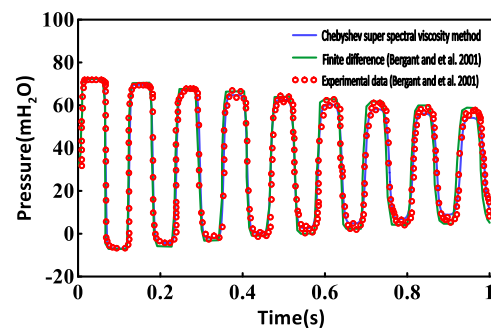


Figure 4. Results of finite difference method and Chebyshev super-spectral viscosity method in the end of the pipe with unsteady roughness coefficient and rapid valve closure

Comparison of the results of Chebyshev super spectral viscosity method with the finite difference method shows that the spectral method has a higher accuracy in rapid valve closure than the finite difference method (Figure 3 & 4).

However, in the case of slowly valve closure with unsteady roughness coefficient, at the beginning of the Water Hammer, there is an error in calculating the minimum and maximum pressure, and over time, the error decreases and the pressure values are predicted later than the real time (Figure 5 & 6). Comparison of the results of Chebyshev super spectral viscosity method with the finite difference method shows that in the case of slowly valve closure at the beginning of the Water Hammer, the finite difference method has a higher accuracy in calculating the minimum and maximum pressure values. But over time, the results of the Chebyshev viscosity spectral method conform to the results of the finite difference method, and both methods predict pressure values later (Figure 7 & 8).

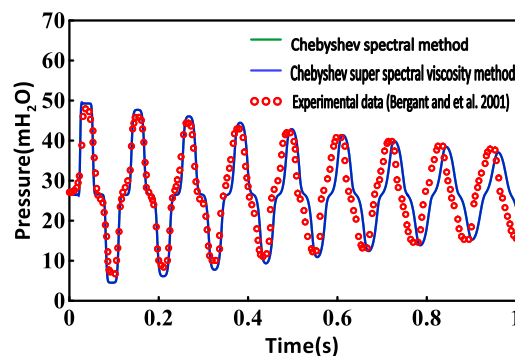


Figure 5. Pressure in the middle of the pipe with unsteady roughness coefficient and slowly valve closure

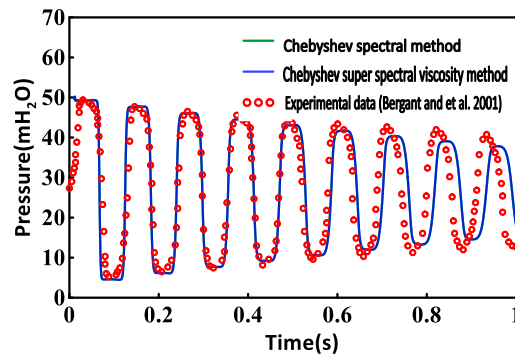


Figure 6. Pressure in the end of the pipe with unsteady roughness coefficient and slowly valve closure

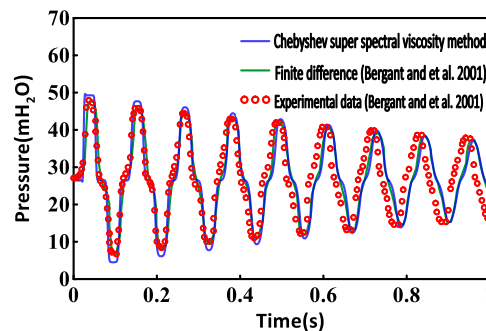


Figure 7. Results of finite difference method and Chebyshev super-spectral viscosity method in the middle of the pipe with unsteady roughness coefficient and slowly valve closure

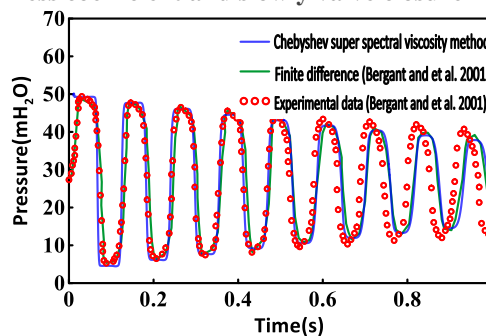


Figure 8. Results of finite difference method and Chebyshev super-spectral viscosity method in the end of the pipe with unsteady roughness coefficient and slowly valve closure

4. Discussion and Conclusion

Different numerical methods are used to solve Water Hammer equations. In this research, Chebyshev spectral method and Chebyshev super-spectral viscosity method have been used to solve these equations in the case of rapid and slowly valve closure with steady, quasi-steady and unsteady roughness coefficient and were compared with experimental data (Bergant and et al., 2001). In the case of rapid valve closure, both spectral methods with unsteady roughness coefficient have high accuracy in predicting the pressure and the results of both methods are same. But in Chen and et al., 2013, there is a difference between the results of the two methods. In Chen et al. 2013, the pipe line had an initial velocity of more than 6 m / s. While in the laboratory set (Bergant et al., 2001) the velocity are much lower.

The results of Chebyshev super-spectral viscosity method were also compared with the results of finite difference method (Bergant and et al., 2001). In the case of rapid valve closure with the unsteady roughness coefficient, the Chebyshev super-spectral viscosity method has almost the same accuracy as the finite difference method. The finite difference method calculates the pressure values more and the

spectral method calculates the pressure values less. The difference between the two methods is about 4% compared to laboratory data. However, in the case of slowly valve closure at the beginning of the water hammer, the finite difference method has a higher accuracy, but over time, the results of both methods coincide. Both methods have a pressure difference of 7% at the end of the pipe and 2.1% in the middle of the pipe.

In addition to the desired accuracy in calculating the pressure, the ease of coding the Chebyshev spectral method is much greater than the finite difference method. Also for the pipe line investigated in the article and the time step is 10^{-4} seconds, the execution time of the program is a few seconds. It should be noted that the coding of the spectral method is done in the MATLAB software. But to compare runtime with the finite difference method, both methods need to be coded in the same programming language. Six important references

5. Six important references

- 1- Bergant, A., Vitkovsky, J., Simpson, A., and Lambert, M. 2001. Valve induced transients influenced by unsteady pipe flow friction. *in Proc of the 10th int meeting of the work group on the behavior of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions*, June 26-28.
- 2- Chen, H., Liu, H., Chen, J., and Wu, L. 2013. Chebushev super spectral viscosity method for water hammer analysis. *Propulsion and Power Research*, 2(3):201-207.
- 3- Chen, H., Liu, H., and Liu, S. 2012. Spectral-Fourier method for water hammer. *JOURNAL OF ROCKET PROPULSION*. 38(3), 7-11.
- 4- Peyret, R. 2002. Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow, 10.1007/978-1-4757-6557-1
- 5- Sarra, S. A. 2002. Chebyshev super spectral viscosity solution of a two-dimensional fluidized bed model, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 4,1-18.
- 6- Sepahran, M., and Badrinoudeh, M. 2012. Water Hammer Simulation by Implicit Finite Difference Scheme Using Non-Symmetrical Staggered Grid. *Recent Advances in Fluid Mechanics, Heat and Mass Transfer and Biology*, 47-52.

Conflict of Interest

Authors declared no conflict of interest.



حل معادلات ضربه قوچ با روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف و ضریب زبری غیرماندگار

مهنا فرجی^۱، الهام درویشی^{۲*}

تاریخ ارسال: ۱۴۰۰/۰۱/۱۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۱۱

مقاله پژوهشی

چکیده

پیش‌بینی فشار در اثر پدیده ضربه قوچ در طراحی خط انتقال و تجهیزات مقابله با ضربه قوچ از اهمیت زیادی برخوردار است. روش‌های عددی مختلفی برای حل معادلات ضربه قوچ به کار می‌رود. در این پژوهش روش طیفی چبیشف و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف برای حل این معادلات در حالت بسته شدن ناگهانی و آهسته شیر با ضریب زبری ماندگار، شبه‌ماندگار و غیرماندگار به کار رفته است و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شد. در تمام حالات نتایج روش طیفی چبیشف با ضریب زبری غیرماندگار نسبت به شبه‌ماندگار و ماندگار به داده‌های آزمایشگاهی بسیار نزدیکتر است. در حالت بسته شدن سریع شیر هر دو روش طیفی با ضریب زبری غیرماندگار دارای خطای ۴ درصد در پیش‌بینی فشار و نتایج هر دو روش برهم منطبق هستند. روش‌های طیفی فشار کمتر از داده‌های آزمایشگاهی را محاسبه می‌کند. در این حالت نتایج روش تفاضل محدود نیز دارای خطای حدود ۴ درصد و فشار را بیشتر از فشار واقعی محاسبه می‌کند. اما در حالت بسته شدن آهسته شیر با ضریب زبری غیرماندگار، تمام روش‌ها در محاسبه فشار دارای حداکثر خطای ۷ درصد در انتهای لوله و ۲/۱ درصد در وسط لوله هستند و مقادیر فشار حداکثر ۰/۰۲۲۴ ثانیه دیرتر از زمان واقعی پیش‌بینی می‌شود. روش طیفی چبیشف با تعداد گره و زمان محاسبات کمتر نسبت به روش‌های عددی روشی کارآمد در حل معادلات ضربه قوچ است.

واژه‌های کلیدی: ویسکوزیته فوق طیفی، روش طیفی، ضربه قوچ، ضریب زبری غیرماندگار، روش تفاضل محدود

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران، m.faraji@stu.razi.ac.ir

^۲ استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران، (نویسنده مسئول) e.darvishi@razi.ac.ir



مقدمه

تغییرات سریع سرعت در لوله‌ها که به دلیل باز و بسته شدن ناگهانی شیرها، روشن و خاموش شدن پمپ‌ها و غیره اتفاق می‌افتد، موجب ایجاد ضربه قوچ می‌شود. این پدیده منجر به شکستگی در لوله‌ها و تخریب ایستگاه‌های پمپاژ می‌شود. اهمیت این موضوع نظر محققین زیادی را به خود معطوف کرده است. از آنجایی که معادلات ضربه قوچ از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی سهموی هستند، به ندرت به صورت ریاضی قابل حل هستند. روش‌های عددی مختلفی برای محاسبه فشار و سرعت جریان غیرماندگار در لوله‌ها به کار رفته است. این روش‌ها شامل روش خطوط مشخصه (Wang and Yang, 2015; مهدی‌زاده ۱۳۹۶)، المان محدود (Jovic, 1995; Shu, 2003)، تفاضل محدود (Chaudhry and Hussaini, 1985; Sepahran Zhao and Badrinoudeh, 2012) و حجم محدود (Ghidaoui, 2006) است. به جز روش خطوط مشخصه بقیه روش‌ها نیازمند تعداد زیادی گره محاسباتی برای رسیدن به دقت مطلوب هستند. روش‌های طیفی و شبه-طیفی که در سال‌های اخیر در حال توسعه هستند با استفاده از تعداد گره و زمان کمتر قادر به محاسبه جواب با دقت بالاتر نسبت به روش‌های عددی هستند.

Chen and et al. 2012 الگوریتم جدیدی را با استفاده از روش طیفی فوریه برای حل معادلات ضربه قوچ ارائه کردند. آنها معادلات را برای حالت بسته شدن شیر حل کردند. نتایج آنها حاکی از کارآمدی این روش در حل معادلات ضربه قوچ است.

Chen and et al. 2013 روش ویسکوزیته طیفی چبیشف را برای حل معادلات ضربه قوچ در حالت بسته شدن ناگهانی شیر به کار بردند و نتایج را با روش خطوط مشخصه مقایسه کردند. نتایج آنها نشان داد که این روش علاوه بر دقت مطلوب، ناپایداری‌های روش طیفی چبیشف را ندارد. آنها ضریب زبری را در شرایط جریان ماندگار محاسبه کردند.

Xiang and et al. 2016 روش طیفی چبیشف را برای حل معادلات ضربه قوچ در حالت پرشدن لوله به کار بردند. آنها نتایج را با روش خطوط مشخصه و مقادیر اندازه‌گیری

شده مقایسه کردند. نتایج آنها نشان داد که روش طیفی چبیشف مطابقت خوبی با نتایج روش خطوط مشخصه دارد. Brunone and et al. 1991 با توجه به نتایج عددی مدلی را برای محاسبه ضریب زبری در جریان غیرماندگار توسعه دادند. Bergant and et al. 2001 مقادیر محاسبه شده فشار را با مقادیر آزمایشگاهی و صحرایی مقایسه کردند. نتایج آنها نشان داد که در حالت محاسبه ضریب زبری غیرماندگار مقادیر محاسبه شده به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر است.

در مطالعه انجام شده توسط Chen and et al. 2013 مقایسه نتایج روش ویسکوزیته طیفی چبیشف با نتایج آزمایشگاهی انجام نشده است. همچنین آنها ضریب زبری را در حالت ماندگار محاسبه کرده‌اند. در این پژوهش معادلات ضربه قوچ با استفاده از روش ویسکوزیته طیفی چبیشف و در حالت بسته شدن آهسته و ناگهانی شیر مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین ضریب زبری در حالت جریان ماندگار، شبه ماندگار و غیرماندگار محاسبه و با نتایج آزمایشگاهی و صحرایی Bergant and et al. 2001 مقایسه می‌شود.

مواد و روش‌ها

معادلات ریاضی:

روابط حاکم بر پدیده ضربه قوچ شامل معادلات اندازه حرکت و معادله پیوستگی هستند. این معادلات در حالت یک بعدی به صورت معادلات (۱) و (۲) نشان داده می‌شوند (Wylie and Streeter, 1993).

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f}{2D} v |v| = 0 \quad (2)$$

در این معادلات v سرعت، p فشار، D قطر لوله، ρ چگالی آب، f ضریب زبری، g شتاب ثقل و a سرعت انتشار موج می‌باشد که به قطر، جنس و ضخامت لوله و نوع سیال بستگی دارد و طبق رابطه (۳) محاسبه می‌شود (Wylie and Streeter, 1993)

$$u^n = D^n u \quad (۸)$$

$$(۹)$$

$$d_{ik} = \begin{cases} \frac{c_i (-1)^{i+k}}{c_k (x_k - x_i)} & i \neq k \\ \frac{x_i}{2(1-x_i^2)} & 1 \leq i=k \leq N-1 \\ \frac{-2N^2+1}{6} & i=k=0 \\ \frac{2N^2+1}{6} & i=k=N \end{cases}$$

با استفاده از این ماتریس به جای محاسبه ضرایب سری، جملات u در هر مکان محاسبه خواهد شد. در صورت وجود تغییرات ناگهانی در جواب‌های روش طیفی چبیشف، به سمت جواب درست همگرا نخواهد بود. در این حالت عبارت ویسکوزیته طیفی پایداری تقریب و اطمینان از همگرایی آن به سری اضافه شده است (Tadmor, 1989). Chen and et al 2013 روش فوق طیفی ویسکوزیته چبیشف که توسط Sarra 2002 معرفی شد، برای حل معادلات ضربه قوچ استفاده کردند. این عبارت برای قانون پیوستگی در فضای یک بعدی به صورت زیر بیان می‌شود (Chen and et al., 2013).

$$\frac{\partial}{\partial t} u_N + \frac{\partial}{\partial x} f(u_N) = \varepsilon (-1)^{s+1} Q^{2s} u_N \quad (۱۰)$$

که Q عملگر ویسکوزیته توسط عبارت زیر بیان می‌شود:

$$Q = \sqrt{1+x^2} \frac{\partial}{\partial x} \quad \varepsilon = CN^{1-2s} \quad (۱۱)$$

معادله چند جمله‌ای چبیشف با عبارت ویسکوزیته به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\varepsilon (-1)^{s+1} Q^{2s} u_N = -CN \sum_{k=0}^N \left(\frac{k}{N} \right)^{2s} \hat{u}_k(t) T_k(x)$$

در این معادلات ε دامنه ویسکوزیته، C و s دو مقدار در روش ویسکوزیته فوق طیفی هستند. Chen and et al 2013 ضریب C با توجه به عبارت $0 \leq C \leq N^{1/2}$ تعیین می‌شود و برای ضریب s باید $s \leq \ln(N)$ باشد. طبق نتایج

$$a = \frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{E}\right)\left(\frac{D}{e}\right)}} \quad (۳)$$

k مدول الاستیسیته حجمی سیال، E مدول الاستیسیته دیواره لوله، ρ جرم مخصوص سیال، e ضخامت جدار لوله می‌باشد. معادلات دیفرانسیل مذکور از نوع معادلات دیفرانسیل غیر خطی بودن و هذلولی هستند. در صورت حل به روش تحلیلی باید فرضیات و محدودیت‌های بسیاری را اعمال کرد. بنابراین در بسیاری اوقات از روش‌های روش‌های عددی برای محاسبه فشار و سرعت در ضربه قوچ استفاده می‌شود.

روش ویسکوزیته طیفی چبیشف:

در روش طیفی چبیشف بسط سری برای یک تابع $u(x, \tau)$ در دامنه $[-1, 1]$ به صورت زیر تقریب زده می‌شود (Roger Peyret, 2002).

$$u_N(x, \tau) = \sum_{k=0}^N \hat{u}_k(\tau) T_k(x) \quad (۴)$$

که $\hat{u}_k(\tau)$ ضرایب طیفی سری وابسته به زمان و $T_k(x)$ چند جمله‌ای چبیشف از درجه k می‌باشند و با توجه به $x \in [-1, 1]$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$T_k(x) = \cos(k \cos^{-1} x) \quad (۵)$$

و x نقاط درون‌یاب که به نقاط چبیشف معروف هستند:

$$x_i = \cos\left(\frac{i\pi}{N}\right), \quad i=0, 1, 2, \dots, N \quad (۶)$$

و با استفاده از رابطه معکوس، ضرایب را به صورت معادله (۷) می‌توان محاسبه کرد:

$$(۷)$$

$$\hat{u}_k(\tau) = \frac{2}{Nc_k} \sum_{i=0}^N \frac{u_N(x_i, \tau)}{c_i} \cos\left(\frac{ki\pi}{N}\right)$$

که c_k و c_i برای k در بازه $i=1, 2, \dots, N-1$ برابر یک و $c_0=c_N=2$ است. مشتق مکانی مرتبه n بسط سری تابع $u(x, \tau)$ در نقاط x_i با استفاده از مشتق تحلیلی چند جمله‌ای لاگرانژ محاسبه می‌شود و اگر تابع به صورت رابطه (۸) نوشته شود، یک ماتریس $(N+1) \times (N+1)$ خواهد بود که $D^{(1)}=D=d_{ik}$ و از رابطه (۹) به دست می‌آید (Roger Peyret, 2002).

$$f = f_q + \frac{kD}{V^2} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \operatorname{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right) \quad (16)$$

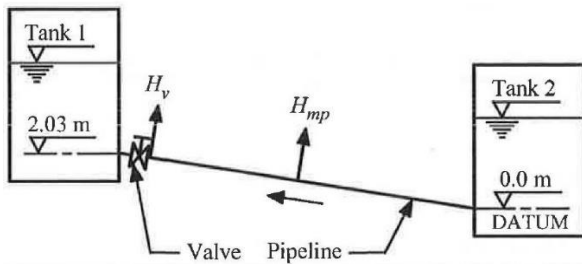
در این رابطه k ضریب اصطکاک، x فاصله و $\operatorname{sign}(V)$ برای سرعت جریان بزرگتر یا مساوی صفر برابر $+1$ و برای سرعت جریان کوچکتر از صفر برابر -1 است. ضریب اصطکاک مدل Brunone and et al 1991 براساس روابط (۱۷) و (۱۸) محاسبه می‌شود:

$$k = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \quad (17)$$

$$C^* = \begin{cases} 0.0746 & \text{for laminar flow} \\ \frac{7.41}{\operatorname{Re}^{\log(14.3/\operatorname{Re}^{0.05})}} & \text{for turbulent flow} \end{cases} \quad (18)$$

داده‌های آزمایشگاهی

Bergant and et al. 2001 از سیستم آزمایشگاهی که به صورت شکل ۱ است برای بررسی ضربه قوچ استفاده کردند:



شکل (۱): شماتیک مخزن و لوله (Bergant and et al. 2001)

در این سیستم لوله مسی به طول ۳۷/۲ متر با شیب ثابت و قطر ۲۲/۱ میلیمتر دو تانک تحت فشار را به هم متصل می‌کند. زبری نسبی لوله مسی $\varepsilon/D = 0.0001$ می‌باشد. در حالت بسته شدن سریع و آهسته شیر، نوسانات فشار در محل شیر و وسط لوله ثبت شده است. داده‌های ثبت شده در دو حالت بسته شدن سریع و آهسته شیر انجام شده است. برای بسته شدن سریع شیر زمان بسته شدن شیر ۰/۰۰۹ ثانیه، سرعت اولیه جریان ۰/۳ متر بر ثانیه، هد استاتیکی مخزن بالادست ۳۲ متر، سرعت موج ۱۳۱۹ متر بر ثانیه، دمای آب ۱۵/۵ درجه سانتیگراد و چگالی سیال ۹۹۹/۱ کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد. هرگاه زمان بسته

آنها چنانچه مقدار $\ln(N)$ برای s و $N^{1/2}$ برای C انتخاب شود نتایج خوبی به دست خواهد آمد.

از آنجایی که جملات سری چبیشف در بازه $[-1, 1]$ قرار دارند لازم است برای حل معادلات (۱) و (۲) ابتدا متغیرهای معادله را بدون بعد کرده و مجدداً معادلات بازنویسی می‌شوند (Chen and et al., 2013):

$$x = \frac{2}{L} \bar{x} - 1, \quad \tau = \frac{ta}{L}, \quad \varphi = \frac{P}{P_T}$$

$$V = \frac{v}{a}, \quad \eta = \frac{P_T}{\rho a^2}, \quad \mu = \frac{fL}{2D}$$

با جایگذاری عبارات بدون بعد در معادلات (۱) و (۲)، معادلات پیوستگی و اندازه حرکت به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{2}{\eta} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + 2\eta \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mu V |V| = 0 \quad (14)$$

ضریب زبری:

در حل عددی معادلات ضربه قوچ ضریب زبری به صورت ماندگار، شبه‌ماندگار و غیرماندگار محاسبه می‌شود. در حالت شبه‌ماندگار با توجه به تقسیم‌بندی جریان توسط عدد رینولدز، جریان آرام، بینابین و آشفته، ضریب افت اصطکاک به صورت روابط زیر محاسبه می‌شود (Swamee and Sharma., 2007):

$$(15)$$

$$f_q = \begin{cases} \frac{64}{\operatorname{Re}} & \operatorname{Re} \leq 2000 \\ \left\{ \left(\frac{64}{\operatorname{Re}} \right)^8 + 9.5 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\operatorname{Re}^{0.9}} \right) - \left(\frac{2500}{\operatorname{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0.125} & 4000 \leq \operatorname{Re} \leq 2000 \\ 1.325 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{\operatorname{Re} \sqrt{f_q}} \right) \right]^{-2} & \operatorname{Re} \geq 4000 \end{cases}$$

در این معادله f_q ضریب زبری در حالت شبه ماندگار، Re عدد رینولدز جریان، ε ارتفاع زبری جدار لوله است. Brunone and et al 1991 برای محاسبه ضریب افت اصطکاک غیرماندگار رابطه (۱۶) را ارائه کردند:

تعداد نقاط مختلف روی فشار بررسی شد. روش فوق طیفی ویسکوزیته چبیشف با دو گام زمانی 10^{-4} و 10^{-6} ثانیه با ضریب زبری جریان ماندگار و بسته شدن ناگهانی شیر برای حل معادلات ضربه قوچ به کار رفت. مقادیر فشار محاسبه شده در وسط و انتهای لوله به ترتیب در شکل (۲) و (۳) برای تعداد ۳۲ نقطه ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود برای گام زمانی 10^{-6} ثانیه نوسانات بزرگی در فشار وجود دارد. در صورتی که در گام زمانی 10^{-4} ثانیه این نوسانات وجود ندارد.

به منظور بررسی تاثیر تعداد نقاط، با گام زمانی 10^{-4} ثانیه برای تعداد نقاط ۸، ۱۶ و ۳۲ مقادیر فشار در وسط و انتهای لوله محاسبه و نتایج به ترتیب در شکل‌های (۴) و (۵) آورده شده است. با افزایش تعداد نقاط، نوسانات فشار کاهش می‌یابد. بنابراین در روش فوق طیفی ویسکوزیته چبیشف نیز نوسانات جواب وجود دارد و با انتخاب مناسب گام زمانی و تعداد نقاط می‌توان آنها را حذف کرد. طبق این نتایج گام زمانی 10^{-4} ثانیه و تعداد ۳۲ نقطه برای ادامه محاسبات انتخاب شد. با گام زمانی و تعداد نقاط انتخاب شده، روش طیفی چبیشف نیز مورد بررسی قرار خواهد گرفت و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه خواهد شد.

شدن یک شیر (t_c) از نیم دوره $T/2$ و یا $2L/a$ ثانیه طولانی‌تر باشد شیر به صورت آهسته بسته شده است. در حالت بسته شدن سریع شیر شرایط مرزی به صورت زیر است:

$$\varphi(-1, \tau) = 1 \quad (19)$$

$$V(1, \tau) = 0 \quad (20)$$

در حالت بسته شدن آهسته شیر، زمان بسته شدن شیر 0.26 ثانیه است که بیشتر از $2L/a$ است. سرعت اولیه جریان 0.17 متر بر ثانیه، هد استاتیکی مخزن $26/5$ متر، دمای آب 26 درجه سانتیگراد و چگالی سیال 997 کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد. در این حالت شرایط مرزی به صورت روابط زیر است (Aguerre and et al. 2011):

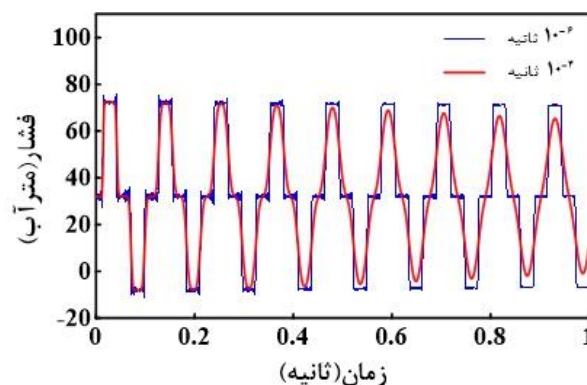
$$\varphi(-1, \tau) = 1 \quad (21)$$

$$V(1, \tau) = 1 - \left(\frac{t}{t_c} \right)^2 (V_0 A)^2 \left(\frac{P}{P_0} \right) \quad (22)$$

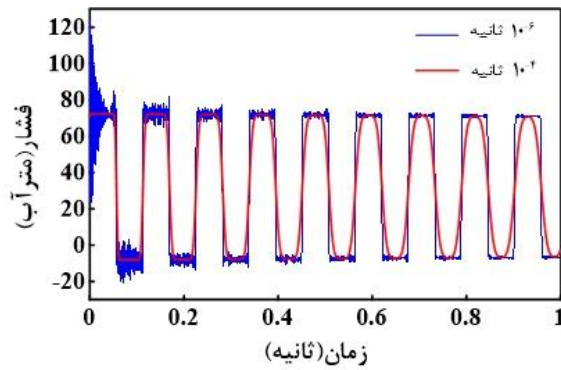
در روش فوق طیفی ویسکوزیته چبیشف و طیفی چبیشف مقادیر ضریب زبری به سه روش ماندگار، شبه ماندگار و غیرماندگار محاسبه و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد.

نتیجه گیری

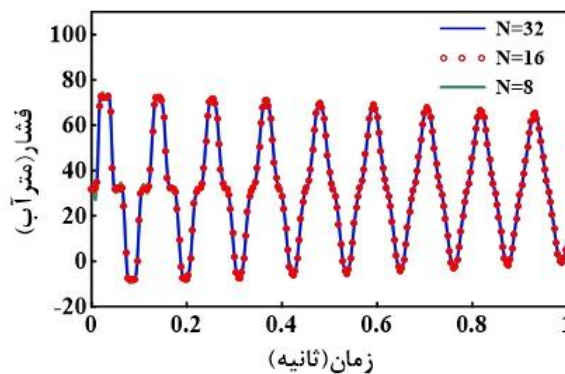
به منظور بررسی تاثیر اندازه گام زمانی و تعداد نقاط، در حالت بسته شدن سریع شیر، تاثیر اندازه گام‌های زمانی و



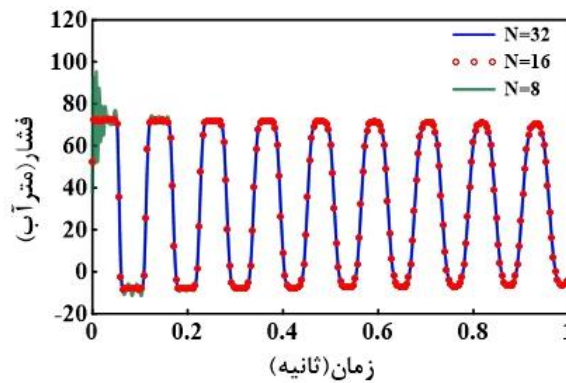
شکل (۲): فشار در وسط لوله با تعداد نقاط $N=32$



شکل (۳): فشار در انتهای لوله با $N=32$



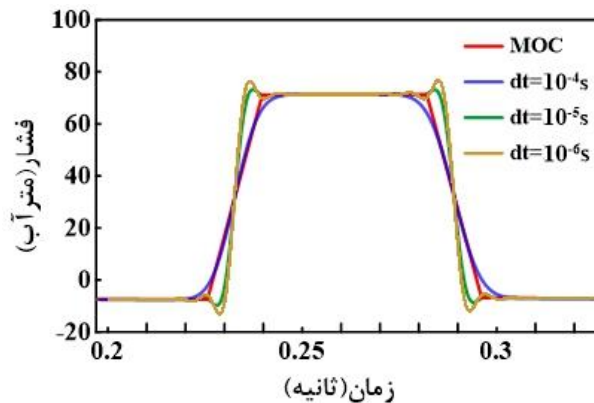
شکل (۴): نوسانات فشار در وسط لوله با گام زمانی 10^{-4} ثانیه



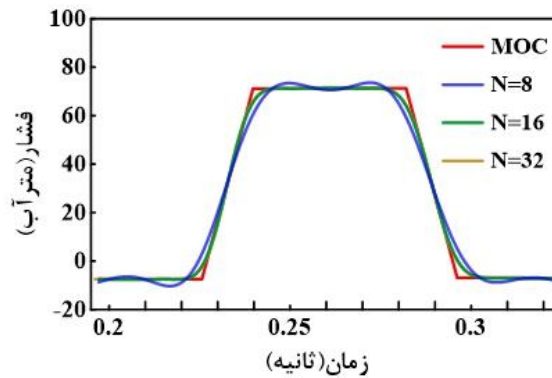
شکل (۵): نوسانات فشار در انتهای لوله با گام زمانی 10^{-4} ثانیه

مشخصه دارد. همچنین شکل ۷ با افزایش تعداد نقاط نتایج روش طیفی چبیشف به روش خطوط مشخصه نزدیکتر می‌شود. بنابراین تعداد ۳۲ نقطه و گام زمانی 10^{-4} ثانیه برای انجام محاسبات انتخاب شد

جهت انتخاب گام زمانی و تعداد نقاط، مقایسه نتایج روش طیفی چبیشف با روش خطوط مشخصه (MOC) برای گام‌های زمانی مختلف در شکل ۶ و تعداد نقاط مختلف در شکل ۷ انجام شده است. شکل ۶ نشان می‌دهد که گام زمانی 10^{-4} ثانیه مطابقت بالاتری روش خطوط



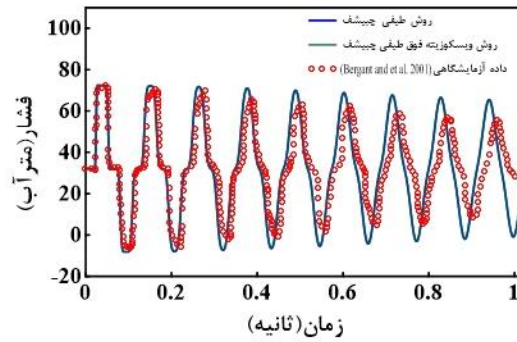
شکل (۶): مقایسه روش خطوط مشخصه و طیفی چبیشف در گام‌های زمانی مختلف با تعداد ۳۲ نقطه



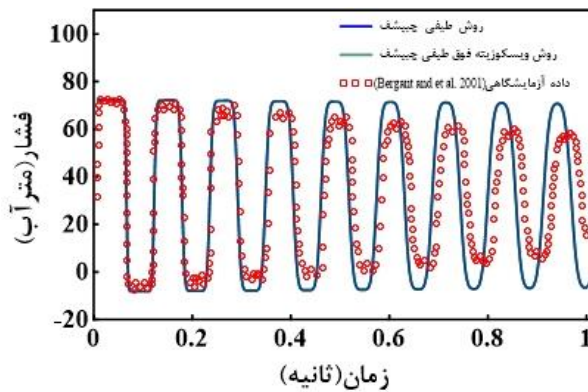
شکل (۷): مقایسه روش خطوط مشخصه و طیفی چبیشف در تعداد نقطه مختلف با گام زمانی 10^{-4} ثانیه

با حل معادلات ضربه قوچ با ضریب زبری شبه ماندگار مقادیر فشار محاسبه شده به هر دو روش و مقادیر آزمایشگاهی برای وسط و انتهای لوله به ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) ارائه شده است. نتایج هر دو روش کاملاً برهم منطبق است و اختلاف مقادیر فشار با مقادیر آزمایشگاه نسبت به ضریب زبری جریان ماندگار کمتر است اما همچنان قابل توجه است. مشابه ضریب زبری جریان ماندگار با گذشت زمان اختلاف زمانی نسبت به مقادیر آزمایشگاهی افزایش می‌یابد

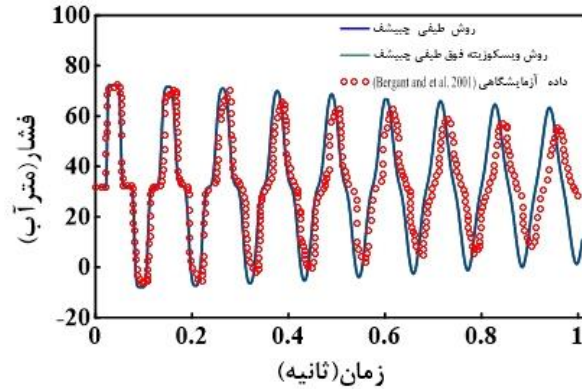
در هنگام بسته شدن سریع شیر با ضریب زبری ماندگار معادلات ضربه قوچ به روش طیفی چبیشف و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف حل شد. تغییرات فشار نسبت به زمان در وسط و انتهای لوله به ترتیب در شکل (۸) و (۹) در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی (Bergant and et al., 2001) ترسیم شده است. در این حالت نتایج روش طیفی چبیشف و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف کاملاً برهم منطبق هستند. در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی، در ابتدای کاملاً برهم منطبق هستند اما در ادامه از مقادیر آزمایشگاهی فاصله می‌گیرند.



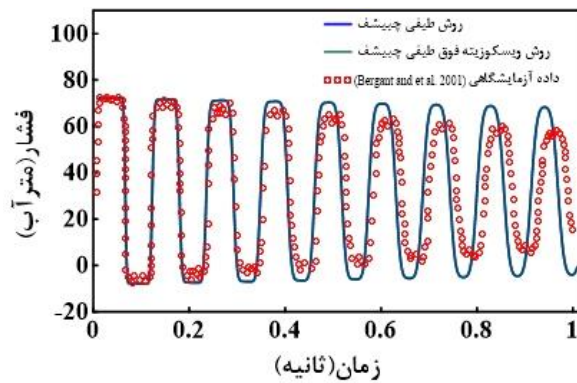
شکل (۸): فشار در وسط لوله با ضریب زبری ماندگار و بسته شدن سریع شیر



شکل (۹): فشار در انتهای لوله با ضریب زبری ماندگار و بسته شدن سریع شیر



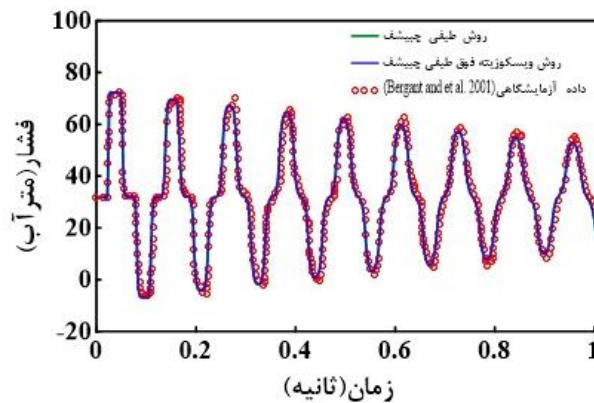
شکل (۱۰): فشار در وسط لوله با ضریب زبری شبه ماندگار و بسته شدن سریع شیر



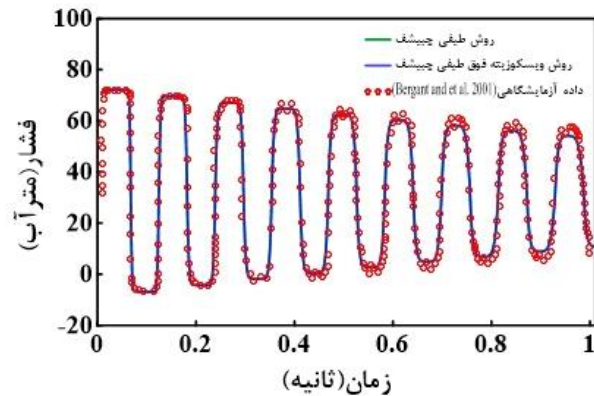
شکل (۱۱): فشار در انتهای لوله با ضریب زبری شبه ماندگار و بسته شدن سریع شیر

حالت نتایج روش طیفی چبیشف و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف کاملاً برهم منطبق هستند. در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی، اختلاف کمی هر دو روش در محاسبه فشار دارند. در این حالت از لحاظ زمانی نیز اختلاف نسبت به ضریب زبری جریان ماندگار و شبه ماندگار بسیار کمتر است.

در هنگام بسته شدن سریع شیر با ضریب زبری غیرماندگار معادلات ضربه قوچ به روش طیفی چبیشف و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف حل شد. تغییرات فشار نسبت به زمان در وسط و انتهای لوله به ترتیب در شکل (۱۲) و (۱۳) در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی (Bergant and et al., 2001) ترسیم شده است. در این



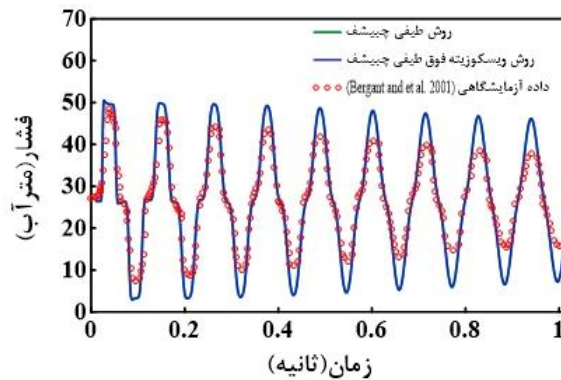
شکل (۱۲): فشار در وسط لوله با ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن سریع شیر



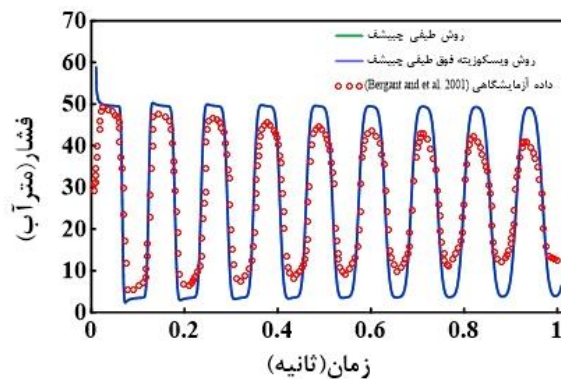
شکل (۱۳): فشار در انتهای لوله با ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن سریع شیر

نشان داده شده است. نتایج این دو مدل کاملاً برهم منطبق است اما در فشارهای حداقل و حداکثر بر داده‌های آزمایشگاهی منطبق نیستند. همچنین برخلاف بسته شدن سریع شیر از لحاظ زمانی اختلافی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی وجود ندارد

علاوه بر بسته شدن سریع شیر، بسته شدن آهسته نیز با دو روش طیفی مذکور مورد بررسی قرار گرفت. نتایج فشار در وسط و انتهای لوله این دو مدل در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی (Bergant and et al., 2001) با ضریب زبری جریان ماندگار به ترتیب در شکل (۱۴) و (۱۵)



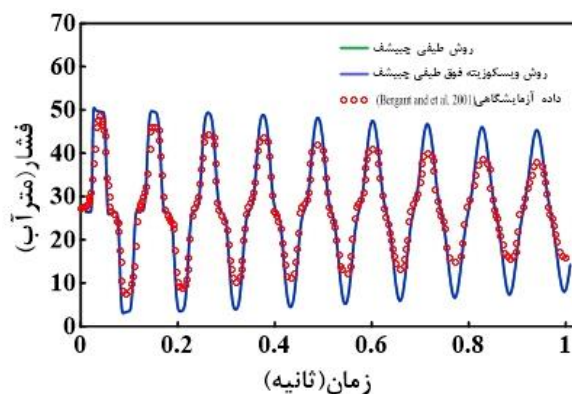
شکل (۱۴): فشار در وسط لوله با ضریب زبری ماندگار و بسته شدن آهسته شیر



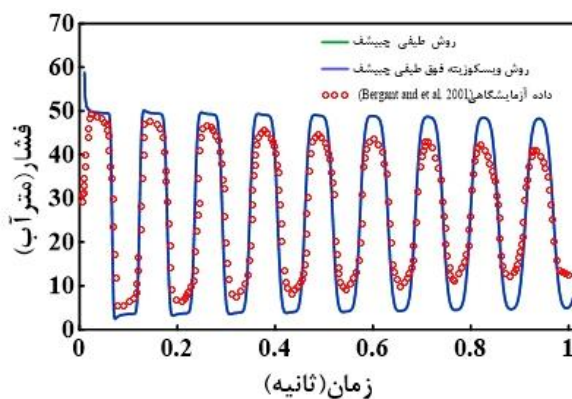
شکل (۱۵): فشار در انتهای لوله با ضریب زبری ماندگار و بسته شدن آهسته شیر

شکل‌های (۱۸) و (۱۹) آورده شده است. در وسط لوله و ابتدای ضربه قوچ نتایج روش‌های طیفی بر داده‌های آزمایشگاهی منطبق است اما مقادیر حداقل و حداکثر دارای اختلاف با داده‌های آزمایشگاهی است. با گذشت زمان اختلاف حداکثر و حداقل کاهش می‌یابد اما اختلاف زمانی افزایش می‌یابد. در انتهای لوله در ابتدا نتایج روش‌های طیفی و داده‌های آزمایشگاهی برهم منطبق هستند اما با گذشت زمان اختلاف حداکثر و حداقل افزایش می‌یابد و از لحاظ زمانی نیز اختلاف در حال افزایش است. به عبارتی با گذشت زمان در ابتدا و انتهای لوله فشارها را دیرتر پیش‌بینی می‌کند.

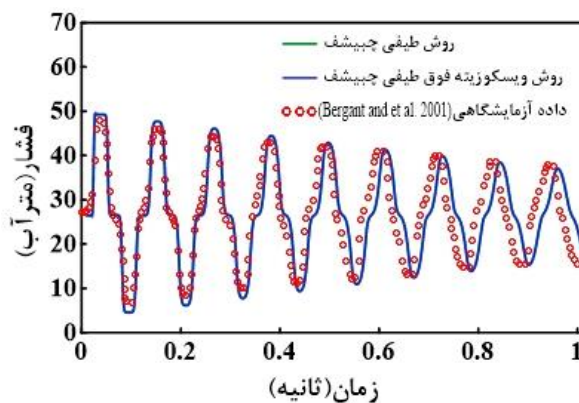
در شکل (۱۶) و (۱۷) تغییرات فشار نسبت به زمان در وسط و انتهای لوله در حالت بسته شدن آهسته شیر با ضریب زبری شبه ماندگار به ترتیب در وسط و انتهای لوله در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی (Bergant and et al., 2001) نشان داده شده است. در این حالت نیز نتایج هر دو روش عددی کاملاً برهم منطبق هستند و به مقدار جزئی اختلاف مقادیر حداقل و حداکثر با مقادیر آزمایشگاهی کاهش یافته است. اما همچنان این اختلاف قابل توجه است. در حالت بسته شدن آهسته با ضریب زبری غیرماندگار نیز روش طیفی چبیشف و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف برای حل معادلات ضربه قوچ به کار رفت. تغییرات فشار نسبت به زمان در وسط و انتهای لوله به ترتیب در



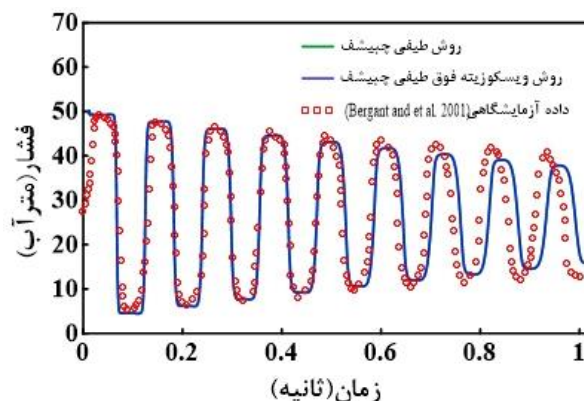
شکل (۱۶): فشار در وسط لوله با ضریب زبری شبه ماندگار و بسته شدن آهسته شیر



شکل (۱۷): فشار در انتهای لوله با ضریب زبری شبه ماندگار و بسته شدن آهسته شیر



شکل (۱۸): فشار در وسط لوله با ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن آهسته شیر

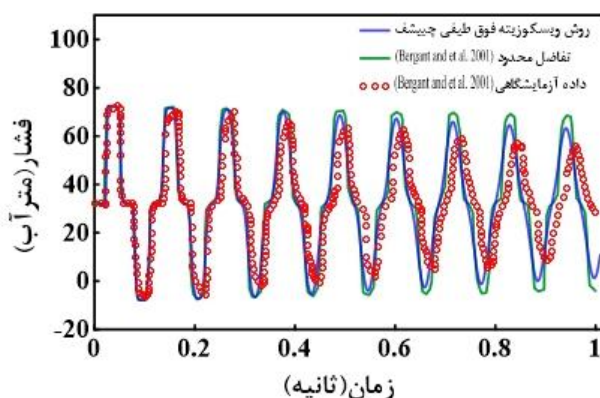


شکل (۱۹): فشار در انتهای لوله با ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن آهسته شیر

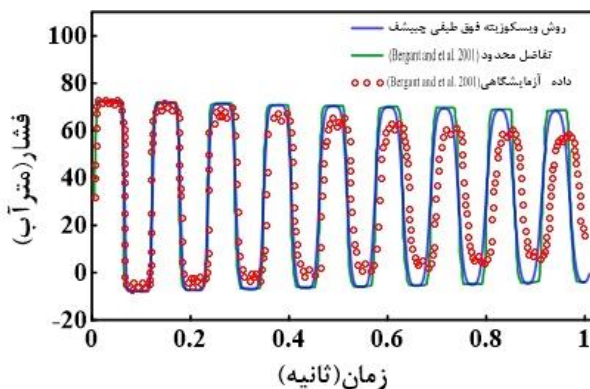
مقایسه شده است. در وسط لوله روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف فشارهای کمتری را نسبت به نتایج آزمایشگاهی محاسبه می‌کند. اختلاف فشار محاسبه شده حدود ۴ درصد است. همچنین این روش از لحاظ زمانی بر داده‌های آزمایشگاهی منطبق است در حالی که روش تفاضل محدود مقادیر فشار را زودتر و بیشتر پیش‌بینی می‌کند. در انتهای لوله نیز روش تفاضل محدود از لحاظ زمانی دارای اختلاف نسبت به داده‌های آزمایشگاهی است. این اختلاف زمانی حداکثر ۰/۰۲ ثانیه است. حداکثر اختلاف فشار روش تفاضل محدود با داده‌های آزمایشگاهی ۲ درصد است. بنابراین در این حالت روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف نتایج بهتری نسبت به روش تفاضل محدود ارائه می‌دهد

از آنجایی که روش‌های عددی بسیاری تاکنون برای حل معادلات ضربه قوچ به کار رفته است، در این قسمت نتایج روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف با نتایج تفاضل محدود (Bergant and et al., 2001) مقایسه می‌شود. شکل (۲۰) و (۲۱) نتایج بسته شدن سریع شیر با ضریب زبری شبه ماندگار به ترتیب در وسط و انتهای لوله را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود در وسط لوله ماکزیمم و مینیمم مقادیر فشار در روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف به میزان کمی بهتر از روش عددی تفاضل محدود است.

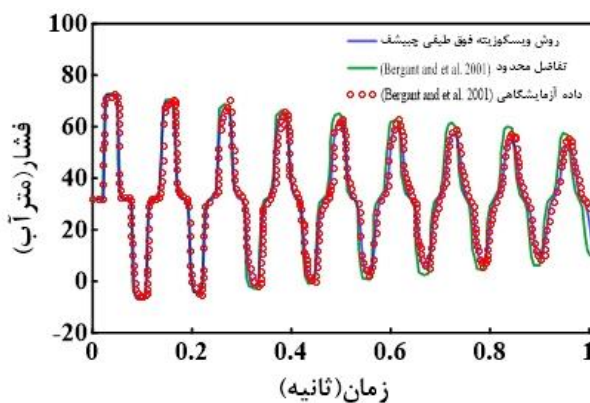
در شکل (۲۲) و (۲۳) نتایج با ضریب زبری غیرماندگار برای بسته شدن سریع شیر با نتایج آزمایشگاهی و روش عددی تفاضل محدود (Bergant and et al., 2001)



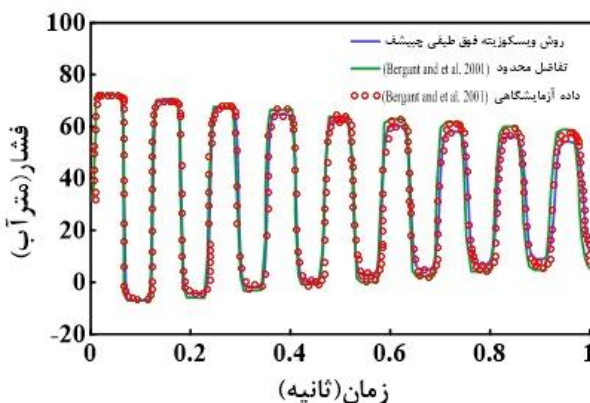
شکل (۲۰): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در وسط لوله با ضریب زبری شبه‌ماندگار و بسته شدن سریع شیر



شکل (۲۱): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در انتهای لوله با ضریب زبری شبه ماندگار و بسته شدن سریع شیر



شکل (۲۲): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در وسط لوله ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن سریع شیر

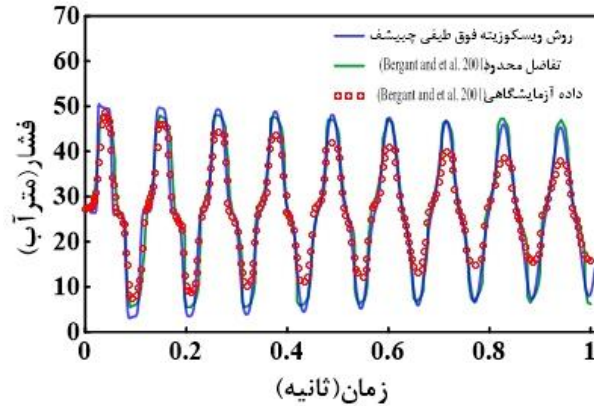


شکل (۲۳): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در انتهای لوله با ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن سریع شیر

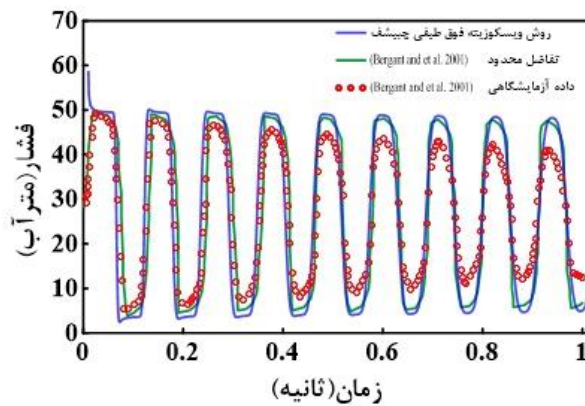
وسط و انتهای لوله با ضریب زبری شبه ماندگار را نشان می‌دهد. در وسط لوله روش تفاضل محدود در ابتدا مقادیر حداکثر و حداقل فشار را نسبت به روش طیفی با دقت بالاتری محاسبه می‌کند. اما با گذشت زمان روش طیفی

در حالت بسته شدن آهسته شیر نیز نتایج روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف با روش تفاضل محدود (Bergant and et al., 2001) مقایسه شده است. شکل (۲۴) و (۲۵) تغییرات فشار نسبت به زمان را به ترتیب در

دقت بالاتری را دارد. در انتهای لوله روش تفاضل محدود در تمام زمان‌ها دقت بالاتری نسبت به روش طیفی دارد.



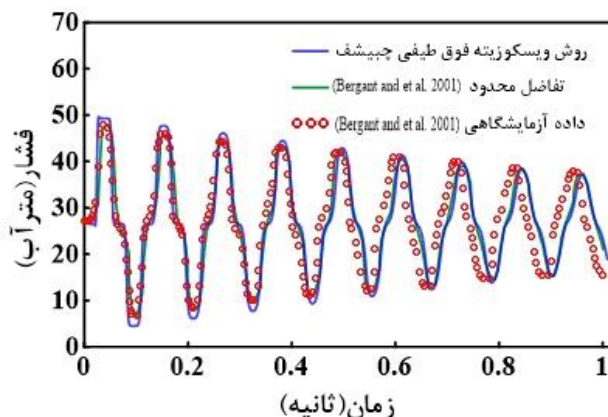
شکل (۲۴): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در وسط لوله با ضریب زبری شبه‌ماندگار و بسته شدن آهسته شیر



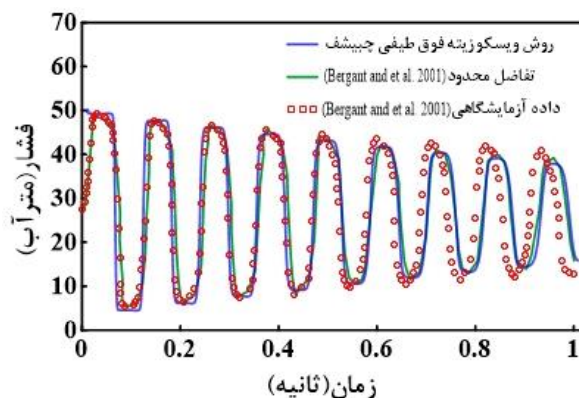
شکل (۲۵): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در انتهای لوله با ضریب زبری شبه‌ماندگار و بسته شدن آهسته شیر

با داده‌های آزمایشگاهی است. در انتهای لوله این دو روش نتایج یکسانی را ارائه می‌دهند. همچنین هر دو روش مقادیر فشار را دیرتر از زمان واقعی پیش‌بینی می‌کنند. این اختلاف زمانی در انتهای لوله حداکثر 0.224 ثانیه و در وسط لوله حداکثر 0.226 ثانیه است. هر دو روش طیفی و تفاضل محدود دارای حداکثر خطای ۷ درصد در انتهای لوله و $2/1$ درصد در وسط لوله در محاسبه فشار هستند

مقایسه روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته چبیشف با ضریب زبری غیرماندگار در حالت بسته شدن آهسته شیر در وسط و انتهای لوله به ترتیب در شکل‌های (۲۶) و (۲۷) ارائه شده است. در وسط لوله در ابتدای ضربه قوچ روش تفاضل محدود در مقادیر حداقل و حداکثر دارای خطای کمتری نسبت به روش طیفی است اما با گذشت زمان نتایج این دو روش کاملاً برهم منطبق است. روش تفاضل محدود نیز مشابه روش طیفی با گذشت زمان دارای اختلاف زمانی



شکل (۲۶): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در وسط لوله با ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن آهسته شیر



شکل (۲۷): نتایج روش تفاضل محدود و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف در انتهای لوله با ضریب زبری غیرماندگار و بسته شدن آهسته شیر

نتیجه‌گیری

بررسی قرار داده‌اند. نتایج آنها نشان داد که برای این خط انتقال نوسانات فشار در ابتدای ضربه قوچ وجود خواهد داشت.

روش‌های مذکور در حالت بسته شدن سریع شیر و ضریب زبری جریان غیرماندگار بالاترین درستی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. اما در حالت بسته شدن آهسته روش‌های طیفی در محاسبه مقادیر حداقل و حداکثر دارای خطا نسبت به داده‌های آزمایشگاهی هستند. با گذشت زمان این خطا کاهش می‌یابد اما از لحاظ زمانی دارای تاخیر نسبت به داده‌های آزمایشگاهی هستند و به عبارتی مقادیر فشار را $0.224/0$ ثانیه دیرتر پیش‌بینی می‌کنند.

نتایج روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف با نتایج روش تفاضل محدود (Bergant and et al., 2001) نیز مقایسه

در این پژوهش روش طیفی چبیشف و روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف برای حل معادلات ضربه قوچ در حالت بسته شدن ناگهانی و آهسته شیر با ضرایب زبری ماندگار، شبه ماندگار و غیرماندگار به کار رفت. نتایج با داده‌های آزمایشگاهی (Bergant and et al., 2001) نیز مقایسه شد. در تمام حالات هر دو روش نتایج یکسانی داشته‌اند. اما در مقاله Chen and et al., 2013 بین نتایج دو روش تفاوت وجود دارد. در مقاله Chen and et al 2013 خط انتقال مورد بررسی دارای سرعت اولیه بیش از ۶ متر برثانیه بوده است. در حالی که در مجموعه آزمایشگاهی (Bergant and et al., 2001) سرعت‌ها بسیار کمتر هستند. فرجی و درویشی ۱۳۹۹ نیز خط انتقال Chen and et al 2013 را با استفاده از روش طیفی چبیشف مورد

در مقاله و گام زمانی 10^{-4} ثانیه مدت زمان اجرای برنامه چند ثانیه است. لازم به ذکر است که کد نویسی روش طیفی در محیط برنامه MATLAB انجام شده است. اما برای مقایسه زمان اجرا با روش تفاضل محدود نیاز به کد نویسی هر دو روش به یک زبان برنامه نویسی است. اما در این پژوهش از نتایج عددی روش تفاضل محدود مقاله Bergant and et al., 2001 استفاده شده است.

همچنین این روش عددی امکان حل معادله ضربه قوچ در شبکه‌های توزیع آب پیچیده را دارد. مشابه تمام روش‌های عددی لازم است برای هر لوله به صورت مجزا شبکه‌بندی انجام و در محل اتصال لوله‌ها شرایط مرزی مناسب تعریف شود. پیشنهاد می‌شود که در شبکه‌های توزیع و خطوط انتقال در مقایسه با روش‌های عددی نیز روش طیفی چبیشف ارزیابی شود.

شد. در حالت بسته شدن ناگهانی شیر با ضریب زبری غیرماندگار روش ویسکوزیته فوق طیفی چبیشف دارای دقت تقریباً یکسان نسبت به روش تفاضل محدود است. روش تفاضل محدود مقادیر فشار را بیشتر و روش طیفی مقادیر فشار را کمتر محاسبه می‌کند. این اختلاف برای هر دو روش نسبت به داده‌های آزمایشگاهی حدود ۴ درصد است. اما در حالت بسته شدن آهسته شیر در ابتدای ضربه قوچ روش تفاضل محدود دارای درستی بالاتری است اما با گذشت زمان نتایج هر دو روش برهم منطبق می‌شود. هر دو روش دارای اختلاف فشار ۷ درصد در انتهای لوله و ۲/۱ درصد در وسط لوله هستند.

علاوه بر دقت مطلوب در محاسبه فشار، سهولت کد نویسی روش طیفی چبیشف نسبت به روش تفاضل محدود بسیار بیشتر است. همچنین برای خط انتقال مورد بررسی

منابع

مهدی‌زاده، ح. ۱۳۹۶. حل معادلات ضربه قوچ یک بعدی و دو بعدی با استفاده از شار موج تغییر یافته و مدل آشفته بالدوین لوماکس. نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک 29(1), 97-110

فرجی، م. و درویشی، ا. ۱۳۹۹. روش طیفی چبیشف در تحلیل پدیده ضربه قوچ. اولین کنفرانس ملی پژوهش‌های کاربردی در صنعت آب و برق. ایران، کرمانشاه.

Bergant, A., Vítkovsky, J., Simpson, A., and Lambert, M. 2001. Valve induced transients influenced by unsteady pipe flow friction. in *Proc of the 10th int meeting of the work group on the behavior of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions*, June 26-28

Brunone, B., Golia, U.M., and Greco, M. 1991. Some remarks on the momentum equation for fast transients. *Int. Meeting on Hydraulic Transients with Column Separation, 9th Round Table, IAHR, Valencia, Spain*, 14-148

Chaudhry, M. H., and Hussaini, M. Y. 1985. Second-Order Accurate Explicit Finite-Difference Schemes for Waterhammer Analysis, *J. of Fluids Engineering*, 107(4), 523-529

Chen, H., Liu, H., and Liu, S. 2012. Spectral-Fourier method for water hammer. *JOURNAL OF ROCKET PROPULSION*. 38(3), 7-11.

Chen, H., Liu, H., Chen, J., and Wu, L. 2013. Chebushev super spectral viscosity method for water hammer analysis. *Propulsion and Power Research*, 2(3):201-207

Jović, V. 1995. Finite Elements And The Method Of Characteristics Applied To Water Hammer Modelling. *International Journal for Engineering Modelling*, vol.8, No.3-4

Peyret, R. 2002. Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow, 10.1007/978-1-4757-6557-1

Provenzano, P., Baroni, F., and Aguerre, R. J. 2011. The Closing Function In The Water Hammer Modeling. *Latin American Applied Research*, 41,43-47

Sarra, S. A. 2002. Chebyshev super spectral viscosity solution of a two-dimensional fluidized bed model, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 4,1-18.



Sepahran, M., and Badrinoudeh, M. 2012. Water Hammer Simulation by Implicit Finite Difference Scheme Using Non-Symmetrical Staggered Grid. *Recent Advances in Fluid Mechanics, Heat and Mass Transfer and Biology*, 47-52

Shu, j. 2003. A Finite Element Model And Electronic Analogue Of Pipeline Pressure Transients With Frequency Dependent Friction. *J. of Fluids Engineering-Transactions of the ASME*, 125(1),194-199

Swamee, P. K., and Sharma, A. K. 2007. Design Of Water Supply Pipe Networks.

Tadmor, E. 1989. Convergence of spectral methods for nonlinear conservation laws, *SIAM Journal on Numerical Analysis* 26 (1) 30–44.

Vardy, A. E., and Brown, J. M. B. 1996. On turbulent, unsteady, smooth-pipe flow. *Proc., Int. Coif. On Pressure Surges and Fluid Transients, BHR Group, Harrogate, England*, 289 – 311

Wang, C., and Yang, J. D. 2015. Water Hammer Simulation Using Explicit-Implicit Coupling Methods. *J. Hydraul. Engineering*, 141(4), 04014086

Wylie, E. B., and Streeter, V. L. 1993. Fluid Transient in Systems, Engle-Wood Cliffs, Prentice Hall, USA.

Xiang, Y.; Zhang, P.; Pang, J.; Zhang, H. and He, Q. 2016. Numerical Research on Water Hammer in Propellant Filling Pipeline based on Spectral Method. *In Proceedings of the 13th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics – Volume 1: ICINCO*, 393-398.

Zhao, M., and Ghidaoui, M. S. 2006. Investigation of turbulence behavior in pipe transient using a $k-\epsilon$ model, *J. of Hydraulic Research*, 44(5), 682-692



Solving Water Hammer equations by Chebyshev super-spectral viscosity method and unsteady roughness coefficient

Mohana Faraji¹, Elham Darvishi²

Abstract

Predicting the impact due to the Water Hammer phenomenon is very important in the design of the pipe line and Water Hammer control equipment. Different numerical methods are used to solve Water Hammer equations. In this research, Chebyshev spectral method and Chebyshev super-spectral viscosity method have been used to solve these equations in the case of sudden and slow closing of the valve with steady, quasi-steady and unsteady roughness coefficient and were compared with experimental data. In the case of rapid closing of the valve, both spectral methods with unsteady roughness coefficient have high accuracy in predicting the pressure and the results of both methods are same. However, in the case of slow closing of the valve with unsteady roughness coefficient, at the beginning of the Water Hammer, there is an error in calculating the minimum and maximum pressure, and over time, the error decreases and the pressure values are predicted later than the real time. Comparison of the results of Chebyshev super spectral viscosity method with the finite difference method shows that the spectral method has a higher accuracy in fast closing of the valve than the finite difference method. While in the case of slow closing of the valve at the beginning of the Water Hammer, the finite difference method has a higher accuracy in calculating the minimum and maximum pressure values. But over time, the results of the Chebyshev viscosity spectral method conform to the results of the finite difference method, and both methods predict pressure values later.

Keywords: Super-spectral viscosity, spectral method, Water Hammer, unsteady roughness coefficient, finite difference method

1Ms Student, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran

2 Assistant Professor, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran