

## Research Paper

# Estimation of Discharge Coefficient of Triangular Side Orifices using Generalized Structure Group Method of Data Handling

Rahim Gerami Moghadam<sup>1</sup>, Behrouz Yaghoubi<sup>2</sup>, Ahmad Rajabi<sup>3</sup>, Saeid Shabanlou<sup>4</sup>, Mohammad Ali Izadbakhsh<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran, CORRESPONDING AUTHOR: EMAIL: byaghoubi@gmail.com

<sup>3</sup> Assistant Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

<sup>4</sup> Associate Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

<sup>5</sup> Assistant Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran



10.22125/IWE.2023.168167

Received:  
**September 12, 2020**  
Accepted:  
**August 28, 2021**  
Available online:  
**April, 18, 2023**

**Keywords:**  
**Triangular side orifice,**  
**Discharge coefficient,**  
**Generalized structure**  
**group method of data**  
**handling, Uncertainty**  
**analysis**

## Abstract

In the study, the discharge coefficient of triangular side orifices is modeled by a new evolutionary algorithm entitled "generalized structure group method of data handling (GSGMDH)". Initially, the variables affecting the discharge coefficient are discerned and six different GSGMDH models are defined. After that, the experimental data are divided into two sub-groups, meaning that 70% of the experimental measurements are used for training and 30% for testing. Then, the superior model is introduced through the analysis of all GSGMDH models. This model estimates the discharge coefficient values with remarkable accuracy. For example, in the testing mode of the superior model, the correlation coefficient (R), Scatter Index (SI) and the Nash-Sutcliffe proficiency coefficient (NSC) are calculated 0.999, 0.0008 and 0.999, respectively. Furthermore, the sensitivity analysis of the input parameters reveals that the Froude number (F1) and the ratio of the main channel width to the side orifice length (B/L) are the most effective input parameters. After that, the results yielded by the GSGMDH superior model are compared with the GMDH results to prove that the accuracy of the GSGMDH model is higher.

## 1. Introduction

Side orifices are generally installed on the sidewall of main channels for adjusting and measuring flow. The flow in channels equipped by side orifice is considered as spatially variable flows with discharge reduction. This type of hydraulic structures is widely used in irrigation networks, drainage systems, transmission channels and water and wastewater treatment plants. It is worth noting that the most important parameter of a side weir is the discharge coefficient which has a significant role in providing an optimal and cost-saving design for passing the maximum amount of water through the side orifice. Furthermore, depending on the application of the side orifice, this type of diversion structures are installed in various shapes such as rectangular, square, circular and triangular on the sidewall of main channels.

## 2. Materials and Methods

The performance of the GMDH method in solving various nonlinear problems has been proved (Ebtehaj et al. 2018; Azimi et al. 2018). However, this approach has limitations leading to the reduction of the model performance in solving nonlinear complex problems. The use of the quadratic polynomial structure, limiting the inputs of each neuron to 2, and most importantly, limiting the inputs of each neuron to the use of adjacent layer neurons, are the major disadvantages of the classical GMDH method. The existence of such limitations leads to poor performance along with the development of sophisticated models for solving nonlinear problems. Hence, in order to overcome this issue, a generalized structure of the GMDH method entitled "generalized structure of GMDH" is presented in this study. In addition to considering quadratic and cubic polynomials, this method chooses the number of each neuron inputs from two or three. Besides, this technique has also the ability to take input neurons from non-adjacent layers. The selection of the best model which in addition to the simplicity takes into account the accuracy of the model is conducted by the AICc index.

## 3. Results

In this paper, the discharge coefficient of triangular side orifices placed inside rectangular channels was simulated for the first time using a modern evolutionary approach named "generalized structure group method of data handling (GSGMDH)". Compared to the classical GMDH technique, this model has a better performance for simulating nonlinear and complex phenomena. Initially, six GSGMDH models were developed by the input parameters and these models were trained by 70% of the experimental data and tested by the remaining 30%. Examining the results obtained by the GSGMDH models revealed that this method has a high ability in simulating the discharge coefficient of triangular side orifices so that the values of RMSE, VAF and MAE for the testing mode of the superior model (GSGMDH3) were approximated to be 0.0004, 99.975 and 0.0003, respectively. Besides, the GSGMDH3 model estimated the objective function values using the ratio of the crest height to the orifice height ( $W/H$ ), the ratio of the main channel width to the orifice height ( $B/H$ ), the ratio of the main channel width to the orifice length ( $B/L$ ) and the Froude number of the orifice upstream ( $F1$ ). Subsequently, the GSGMDH and GMDH models were compared and it was concluded that the former performs better.

## 4. Discussion and Conclusion

The conduction of an uncertainty analysis proved that the performances of the GSGMDH3 model in the training and testing modes are overestimated and underestimated, respectively. Then a formula was proposed for GSGMDH3 which estimates the discharge coefficient of triangular side orifices.

## 5. Six important references

- 1) Azimi, H., H. Bonakdari, and I. Ebtehaj. 2019. Design of radial basis function-based support vector regression in predicting the discharge coefficient of a side weir in a trapezoidal channel. *Applied Water Science*, 9(4): 1-12.
- 2) Azimi, H., H. Bonakdari, I. Ebtehaj, B. Gharabaghi, and F. Khoshbin. 2018. Evolutionary design of generalized group method of data handling-type neural network for estimating the hydraulic jump roller length. *Acta Mechanica*, 229(3): 1197-1214.
- 3) Ebtehaj, I., H. Bonakdari, and B. Gharabaghi. 2018. Development of more accurate discharge coefficient prediction equations for rectangular side weirs using adaptive neuro-fuzzy inference system and generalized group method of data handling. *Measurement*, 116: 473-482.
- 4) Ebtehaj, I., H. Bonakdari, F. Khoshbin, and H. Azimi. 2015. Pareto genetic design of group method of data handling type neural network for prediction discharge coefficient in rectangular side orifices. *Flow Measurement and Instrumentation*, 41: 67-74.
- 5) Majedi Asl, M., Fuladipanah, M., Daneshfaraz, R., Jannat, K. 2021. Modeling and assessment of discharge coefficient of arc labyrinth weir using experimental and meta-model methods. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 10.22059/IJSWR.2021.322432.668943.

- 6) Roushangar, K., Alirezazadeh Sadaghiani, A., Shahnazi, 2021. Modeling discharge coefficient of radial gates under submerged conditions using kernel-based approaches. Iranian Journal of Irrigation and Drainage, 15(85): 109-120.

### **Conflict of Interest**

Authors declared no conflict of interest.

### **Acknowledgments**

We are grateful to .....



## تخمین ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی توسط ساختار تعمیم یافته روش گروه دسته‌بندی داده‌ها

رحیم گرامی مقدم<sup>۱</sup>، بهروز یعقوبی<sup>۲</sup>، احمد رجبی<sup>۳</sup>، سعید شهبانلو<sup>۴</sup>، محمد علی ایزدبخش<sup>۵</sup>

تاریخ ارسال: ۱۳۹۹/۰۳/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۰۹

مقاله پژوهشی

### چکیده

در این مطالعه، برای اولین بار، ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی توسط یک روش نوین تکاملی تحت عنوان ساختار تعمیم‌یافته روش گروه دسته‌بندی داده‌ها (GSGMDH) شبیه‌سازی شد. در ابتدا، پارامترهای موثر بر روی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی شناسایی شدند و شش مدل GSGMDH مختلف تعریف شد. سپس داده‌های آزمایشگاهی به دو دسته آموزش و آزمون تقسیم‌بندی شدند. در این مقاله، ۷۰٪ داده‌ها برای آموزش مدل‌های هوش مصنوعی و ۳۰٪ باقیمانده برای آزمون این مدل‌ها بکار گرفته شدند. با تجزیه و تحلیل نتایج کلیه مدل‌های GSGMDH، مدل برتر معرفی شد. این مدل مقادیر ضریب دبی را با دقت بالایی تخمین زد، به‌عنوان مثال، ضریب همبستگی (R)، شاخص پراکندگی (SI) و ضریب نش (NSC) برای وضعیت آزمون مدل برتر به ترتیب مساوی با ۰/۹۹۹، ۰/۰۰۰۸ و ۰/۹۹۹ محاسبه شدند. همچنین، تحلیل حساسیت پارامترهای ورودی نشان داد که عدد فرود (Fr) و نسبت عرض کانال اصلی به طول روزنه جانبی (B/L) به‌عنوان موثرترین پارامترهای ورودی شناسایی شدند. در ادامه، نتایج مدل برتر GSGMDH با مدل GMDH مقایسه شد که این مقایسه نشان دهنده عملکرد بهتر مدل GSGMDH بود.

واژه‌های کلیدی: روزنه جانبی مثلثی، ضریب دبی، ساختار تعمیم‌یافته روش گروه دسته‌بندی داده‌ها، تحلیل عدم قطعیت

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری منابع آب، گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه، ایران، ۰۹۱۷۸۴۳۰۴۷۷

[rahimgerami@yahoo.com](mailto:rahimgerami@yahoo.com)

<sup>۲</sup> استادیار گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه، ایران، ۰۹۱۸۳۳۶۲۵۱۰، [byaghubi@gmail.com](mailto:byaghubi@gmail.com) (نویسنده

مسئول)

<sup>۳</sup> دانشیار گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه، ایران، ۰۹۱۸۸۳۲۵۲۳۷، [ahmad.rajabi1974@gmail.com](mailto:ahmad.rajabi1974@gmail.com)

<sup>۴</sup> دانشیار گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه، ایران، ۰۹۱۸۸۱۲۸۲۲۵، [saeid.shabanlou@gmail.com](mailto:saeid.shabanlou@gmail.com)

<sup>۵</sup> استادیار گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه، ایران، ۰۹۱۸۸۳۹۱۶۷۹

[izadbakhsh.mohammad.ali@gmail.com](mailto:izadbakhsh.mohammad.ali@gmail.com)

## مقدمه

روزنه‌های جانبی جزء سازه‌های کنترل کننده جریان هستند که برای تنظیم و اندازه‌گیری جریان بر روی دیواره جانبی کانال اصلی نصب می‌شوند. جریان در داخل کانال‌های دارای روزنه جانبی جزء جریان‌های متغیر مکانی با کاهش دبی محسوب می‌شود. این نوع از سازه‌های هیدرولیکی به شکل گسترده‌ای در شبکه‌های آبیاری، سیستم‌های زهکشی، کانال‌های انتقال و ایستگاه‌های تصفیه آب و فاضلاب استفاده می‌شوند. لازم به ذکر است که مهمترین پارامتر یک روزنه جانبی ضریب دبی آن است که نقش بسزایی در ارائه یک طرح بهینه و مقرون به صرفه برای عبور حداکثر مقدار آب از میان روزنه جانبی ایفا می‌کند. علاوه بر این، با توجه به کاربرد روزنه جانبی، این نوع از سازه‌های انحراف جریان به شکل‌های مختلفی همچون مستطیلی، مربعی، دایروی و مثلثی بر روی دیواره جانبی کانال اصلی نصب می‌شوند.

به دلیل اهمیت و کاربرد گسترده روزنه‌های جانبی، مطالعات آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی فراوانی بر روی هیدرولیک آنها و ظرفیت آگذری روزنه‌های جانبی انجام شده است. به عنوان مثال، هاشید و همکاران (۷) در یک مطالعه آزمایشگاهی دبی عبور از میان یک آبگیر دایروی شکل را اندازه‌گیری نمودند. آنها تاثیر عدد فرود و ابعاد آبگیر را بر روی ضریب دبی این نوع از سازه‌های انحرافی مورد مطالعه قرار دادند و یک رابطه برای محاسبه دبی ارائه کردند. علاوه بر این، حسین و همکاران (۸) مشخصات هیدرولیکی روزنه‌های جانبی دایروی شکل را برای شرایط جریان آزاد و مستغرق به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. آنها با تجزیه و تحلیل نتایج مطالعه خود یک رابطه برای محاسبه جت جریان ارائه نمودند و نشان دادند که این رابطه از دقت مناسبی برخوردار بود. همچنین، گو و استیت (۶) جریان از میان روزنه‌های نیمه پر دایروی شکل در شرایط استغراق نسبی را

مورد ارزیابی تحلیلی قرار دادند. آنها نشان دادند که بهترین مقدار ضریب دبی این نوع از روزنه‌های جانبی برابر با  $0.530$  بود و روابطی را برای تخمین و محاسبه ضریب دبی پیشنهاد دادند. وطن خواه و میرنیا (۱۲) ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی در شرایط جریان آزاد را به صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. آنها با استفاده از تئوری باکینگهام پارامترهای موثر بر روی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی شکل را شناسایی نمودند. در انتها آنها روابطی را برای تخمین ضریب دبی این نوع از روزنه‌های جانبی ارائه کردند و نشان دادند که روابط مذکور دارای دقت خوبی بود.

مدل‌های هوش مصنوعی مانند به شکل وسیعی برای شبیه‌سازی پدیده‌های پیچیده و غیر خطی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. برای روزنه‌های جانبی با شکل مختلف نیز مطالعات هوش مصنوعی بسیاری انجام شده است. به عنوان مثال، ابتهاج و همکاران (۴) ضریب دبی روزنه‌های مستطیلی را توسط روش هوش مصنوعی گروه دسته‌بندی داده‌ها (GMDH) شبیه‌سازی نمودند. آنها برای تخمین ضریب دبی روزنه‌های جانبی مستطیلی یک رابطه ارائه نمودند. در ادامه، اقبالزاده و همکاران (۵) با استفاده از ANN ضریب دبی روزنه‌های جانبی مستطیلی و دایروی را مدل‌سازی نمودند. آنها تاثیرات عدد فرود، عدد رینولدز و ضریب شکل روزنه‌های جانبی را بر روی ضریب دبی مورد بررسی قرار دادند. همچنین، عظیمی و همکاران (۲) با استفاده از یک مدل دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) و مدل ترکیبی ANFIS-GA ضریب دبی روزنه‌های جانبی مستطیلی را شبیه‌سازی نمودند. آنها نشان دادند که مدل ترکیبی هوش مصنوعی مقادیر ضریب دبی را با عملکرد بهتری تخمین زد.

روشنگر و همکاران (۱۰) با استفاده از رگرسیون فرایند گاوسی (GPR) و ماشین بردار پشتیبان (SVM) مقادیر ضریب دبی در چپه‌های قطاعی در



معرفی خواهند شد. نتایج مدل برتر با مدل کلاسیک GMDH نیز مقایسه خواهد شد. در انتها برای مدل برتر یک رابطه پیشنهاد می‌شود.

## مواد و روش‌ها

### روش دسته‌بندی گروهی داده‌ها (GMDH<sup>6</sup>)

GMDH یک روش خودسازمانده<sup>۷</sup> است که با استفاده از مجموعه‌ای از نرون‌ها، مدل‌های مختلفی را ارائه می‌دهد. این نرون‌ها از طریق یک چند جمله‌ای درجه دوم به یکدیگر متصل هستند که منجر به تولید نرون در لایه‌های بعد می‌شود. هدف اصلی GMDH یافتن تابع تقریبی  $\hat{f}$  با خروجی  $\hat{y}$  برای مجموعه‌ای از ورودی‌ها به صورت  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  است بطوریکه تابع ارائه شده مقادیر  $\hat{y}$  را با کمترین مقدار خطا نسبت به مقادیر واقعی  $y$  برآورد کند. برای  $M$  داده آزمایشگاهی که شامل  $n$  متغیر ورودی و یک خروجی می‌باشد، مقدار خروجی واقعی ( $y_i$ ) به صورت زیر می‌باشد:

$$y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (1)$$

مقادیر خروجی شبکه GMDH در مرحله آموزش مدل به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\hat{y}_i = \hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (2)$$

در ادامه جهت رسیدن به یک جواب بهینه، باید مربع خطای ناشی از اختلاف مقادیر واقعی و آموزش دیده، به صورت رابطه زیر حداقل شود:

$$E = \sum_{i=1}^M (\hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) - y_i)^2 \rightarrow \text{Min} \quad (3)$$

در شبکه GMDH ارتباط بین متغیرهای ورودی و خروجی را می‌توان به صورت چند جمله‌های پیچیده‌ای موسوم به چند جمله‌ای کولموگراف-گابور<sup>۸</sup> به صورت زیر بیان کرد:

شرایط جریان مستغرق را شبیه‌سازی کردند. آنها با تجزیه و تحلیل نتایج مدل‌سازی‌ها نشان دادند که مدل رگرسیون فرآیند گاوسی از عملکرد بهتری برخوردار بود.

همچنین، ماجدی اصل و همکاران (۱۱) الگوریتم‌های پشتیبان بردار ماشین (SVM) و برنامه‌ریزی بیان ژن (GEP) برای شبیه‌سازی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای قوسی استفاده کردند. این نویسندگان نشان دادند که زاویه سیکل قوسی و زاویه دیواره سیکل موثرترین پارامترهای ورودی برای تخمین پارامتر هدف بودند.

با بررسی مطالعات گذشتگان مشخص می‌شود که بررسی هیدرولیک جریان روزنه‌های جانبی مثلثی تنها به یک مطالعه آزمایشگاهی (وطن خواه و میرنیا ۱۲) محدود شده است و هیچ مطالعه عددی بر روی ضریب دبی این نوع از سازه‌های هیدرولیکی انجام نشده است. علاوه بر این، در سال‌های اخیر الگوریتم‌های مختلف هوش مصنوعی برای مدل‌سازی ضریب دبی سازه‌های انحرافی استفاده شده‌اند اما روش ساختار تعمیم‌یافته روش گروه دسته‌بندی داده‌ها (GSGMDH) تاکنون برای شبیه‌سازی ضریب دبی روزنه‌های جانبی استفاده نشده است. بنابراین، در این مطالعه، برای اولین بار، این روش نوین تکاملی (GSGMDH) برای تخمین و مدل‌سازی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی واقع بر دیواره کانال‌های مستطیلی استفاده می‌شود. به بیان دیگر این مقاله دو نوآوری قابل ملاحظه دارد (۱) استفاده از روش جدید GSGMDH برای مدل‌سازی یک پدیده هیدرولیکی و (۲) شبیه‌سازی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی. در ابتدا، پارامترهای موثر بر روی ضریب دبی شناسایی شده و شش مدل مختلف GSGMDH توسعه داده می‌شود. سپس، مدل‌های هوش مصنوعی با ۷۰٪ مقادیر آزمایشگاهی آموزش و با ۳۰٪ باقیمانده تست می‌شوند. با تجزیه و تحلیل نتایج مدل‌سازی‌ها مدل برتر و موثرترین پارامترهای ورودی

<sup>8</sup> Kolmogorv-Gabor Polynomial

<sup>6</sup> Group Method of Data Handling (GMDH)

<sup>7</sup> self-organize

در شکل پایه الگوریتم GMDH، تمامی نرون‌ها از n متغیر ورودی ساخته می‌شوند و ضرایب مجهول کلیه نرون‌ها با استفاده از روش حداقل مربعات<sup>۹</sup> بدست می‌آیند. بنابراین تعداد

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

نرون در اولین لایه مخفی به صورت  $\{(y_i, x_{ip}, x_{iq}) \mid (i=1,2,\dots,M) \& (p,q \in \{1,2,\dots,n\})\}$  ساخته می‌شود. بنابراین در رابطه ۵، برای هر تعداد M داده سه‌گانه به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} x_{1p} & x_{1q} & \vdots & y_1 \\ x_{2p} & x_{2q} & \vdots & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{Mp} & x_{Mq} & \vdots & y_M \end{bmatrix} \quad (7)$$

برای هر ردیف، می‌توان ماتریس معادلات زیر را نوشت:

$$Aa = y \quad (8)$$

که در آن:

$$a = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\} \quad (9)$$

$$y = \{y_1, y_2, \dots, y_M\}^T \quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_{1p} & x_{1q} & x_{1p}x_{1q} & x_{1p}^2 & x_{1q}^2 \\ 1 & x_{2p} & x_{2q} & x_{2p}x_{2q} & x_{2p}^2 & x_{2q}^2 \\ 1 & x_{3p} & x_{3q} & x_{3p}x_{3q} & x_{3p}^2 & x_{3q}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{Mp} & x_{Mq} & x_{Mp}x_{Mq} & x_{Mp}^2 & x_{Mq}^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

روش حداقل مربعات با استفاده از آنالیز رگرسیون چندگانه، ضرایب رابطه درجه دو  $(a_i)$  را به شکل زیر ارائه می‌دهد:

$$a = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (12)$$

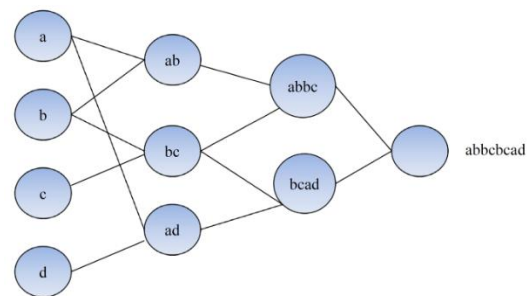
$$\hat{y} = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ij} x_i x_j + \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m x_j a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots$$

بازنویسی رابطه فوق با استفاده از دو نرون، منجر به ارائه یک رابطه ساده به صورت زیر می‌شود:

$$\hat{y} = G(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i^2 + a_4 x_j^2 + a_5 x_i x_j \quad (5)$$

ضرایب رابطه فوق  $(a_i)$  با استفاده از روش‌های رگرسیونی به گونه‌ای محاسبه می‌شوند که اختلاف بین خروجی واقعی  $(y)$  و مقدار محاسبه شده  $\hat{y}$  برای هر جفت متغیر ورودی  $x_i$  and  $x_j$  حداقل شود. بنابراین، مجموعه ضرایبی از چند جمله‌ای‌های درجه دو ارائه شده به صورت رابطه (۵)، محاسبه می‌شود. این ضرایب برای هر تابع  $G_i$  (هر نرون ساخته شده در مدلسازی) به منظور حداقل کردن خطای کل نرون‌ها برای بهینه شدن ورودی‌ها بر تمام جفت مجموعه‌های چند ورودی-یک خروجی بدست می‌آید. شکل کلی شماتیک یک شبکه عصبی از نوع GMDH به شرح زیر می‌باشد.



شکل (۱): شماتیک شبکه عصبی GMDH

در واقع روند مدلسازی به گونه‌ای ادامه می‌یابد که رابطه زیر حداقل شود:

$$E = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (y_i - G_i)^2 \rightarrow Min \quad (6)$$

<sup>9</sup> least square



(۱) ساختار چند جمله ای تعریف شده (رابطه ۷). این چند جمله ای از مرتبه دو می باشد بطوریکه در هر چند جمله ای، تنها دو نرون ورودی قرار دارد.

(۲) نرون های ورودی در هر لایه، تنها از لاهی های مجاور انتخاب می شوند.

به توجه به دو مورد بیان شده، برای مسائلی که دارای پیچیدگی زیادی می باشند، استفاده از چند جمله ای ها با مرتبه دو ممکن است نتایج قابل قبولی را ارائه ندهد. همچنین در نظر گرفتن دو ورودی برای هر نرون، منجر به افزایش تعداد نرون ها جهت دستیابی به مدل قابل قبول می شود. استفاده از نرون های لیه مجاور (adjacent) سبب افزایش تعداد چند جمله ای های تولید شده می شود. بنابراین، وجود این مسائل تاثیر قابل توجهی بر دقت و سادگی مدل های ارائه شده دارد. از این رو در این مطالعه، اقدام به ارائه مدلی تحت عنوان ساختار تعمیم یافته روش GMDH (GSGMDH) می شود. مدل GSGMDH در محیط نرم افزار MATLAB کدنویسی شده است. مدل ارائه شده ساختار کلی GMDH را تغییر می دهد بطوریکه این مدل به طور همزمان تمامی حالات ممکن در دستیابی به بهترین و ساده ترین مدل موجود با استفاده از چند جمله ای هایی از مرتبه ۲ و ۳ و همچنین استفاده از دو و سه ورودی در هر نرون را مورد بررسی قرار می هد و در نهایت با استفاده از شاخص AICc بهترین مدل را انتخاب می کند. در واقع چهار حالت می تواند اتفاق بیفتد: (۱) چندجمله ای مرتبه دو با دو ورودی، (۲) چندجمله ای مرتبه دوم با سه ورودی، چندجمله ای مرتبه سوم با دو ورودی و (۴) چندجمله ای مرتبه سوم با سه ورودی، در میان این چهار حالت، حالت اول عینا همان رابطه ارائه شده برای convectional GMDH (رابطه ۷) می باشد. بنابراین، شکل کلی چند جمله ای تعریف شده در این مطالعه به شکل زیر بیان می شود:

$$y = v_0 + v_1 * x_{ik} + v_2 * x_{iq} + v_3 * x_{ip} + v_4 * x_{iq} * x_{ik} + v_5 * x_{ip} * x_{ik} + v_6 * x_{ip} *$$

با استفاده از رابطه فوق بردار ضرایب مجهول چند جمله ای ارائه شه بصورت رابطه ۵ برای مجموعه ای از  $M$  ردیف سه تایی محاسبه می شود. این روند برای هر نرون و با توجه به شکل و ساختار شبکه عصبی تکرار می شود. در محاسبه بردار ضرایب با استفاده از روش least square، احتمال بروز خطای ناشی از گرد کردن خطا و یا singularity در معادلات وجود دارد. در نتیجه، جهت حل مسائله least square در این مطالعه، از روش singular value decomposition (SVD)، استفاده می شود. در روش SVD ماتریس  $A \in R^{M \times 6}$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$A = UWV^T \quad (13)$$

ماتریس فوق شامل سه ماتریس متعامد ( $V \in R^{6 \times 6}$ ، ماتریس متعامد ستونی ( $U \in R^{M \times 6}$ ، و یک ماتریس غیرمنفی قطری ( $W \in R^{6 \times 6}$ ) است. جهت برآورد ضرایب رابطه ۵، شکل اصلاح شده معکوس ماتریس  $W$  به شکل زیر تعیین می شود:

$$a = V \left[ \text{diag} \left( \frac{1}{W_j} \right) \right] U^T Y \quad (14)$$

#### ساختار تعمیم یافته روش گروه دسته بندی داده ها (GSGMDH)<sup>10</sup>

هر چند که GMDH از توانایی بالا در مدل سازی مساوول غیرخطی برخوردار است، اما این روش نیز مانند هر روشی در کنار مزیت هایی که دارد، دارای معایبی نیز می باشد. وجود معایب موجود در GMDH تاثیر قابل توجهی بر نتایج ارائه شده توسط این مدل دارد بطوریکه بعضا به طور قابل توجهی دقت مدل سازی را کاهش می دهد. از جمله مهمترین معایب این روش، می توان موارد زیر را بیان کرد:

<sup>10</sup> Generalized structure of GMDH

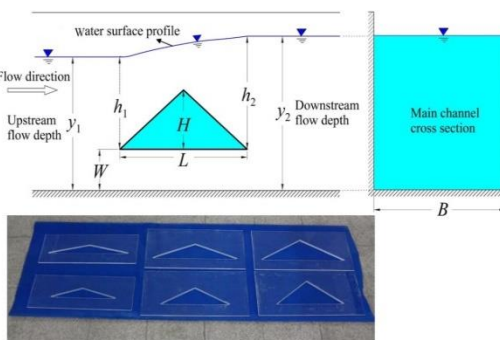


### مدل آزمایشگاهی

در این قسمت به معرفی مدل آزمایشگاهی مورد استفاده در این مطالعه پرداخته می‌شود. برای اعتبار سنجی نتایج مدل‌های عددی از مقادیر آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده توسط وطن خواه و میرنیا (۱۲) استفاده شد. مدل آزمایشگاهی آنها متشکل از یک کانال مستطیلی بود که سرریز جانبی مثلثی بر روی دیواره جانبی آن نصب شد. طول، عرض و ارتفاع کانال اصلی به ترتیب مساوی با ۱۲ متر، ۰/۲۵ متر و ۰/۵ متر بود. برای تنظیم و اندازه‌گیری جریان درون کانال مستطیلی از یک دریچه در انتهای کانال استفاده شد و برای آرام کردن جریان و جلوگیری از تلاطم جریان یک مخزن تعبیه شد. همچنین آنها از روزنه‌های جانبی با شکل‌های مختلف برای بررسی شرایط هندسی مختلف استفاده نمودند. کلیه روزنه‌های جانبی از صفحات پلکسی گلس با ضخامت ۰/۰۱ متر ساخته شدند و ضخامت تاج روزنه‌های مثلثی تقریباً یک میلیمتر بود. در کلی کلنال دارای روزنه جانبی مثلثی و روزنه‌های مثلثی با هندسه مختلف در شکل ۲ قابل مشاهده است.

$$\begin{aligned} & x_{iq} + v_7 * x_{ik} * x_{ik} + v_8 * x_{iq} * x_{iq} + v_9 * \\ & x_{ip} * x_{ip} + v_{10} * x_{ip} * x_{iq} * x_{ik} + v_{11} * \\ & x_{iq} * x_{ik} * x_{ik} + v_{12} * x_{iq} * x_{iq} * x_{ik} + \\ & v_{13} * x_{ip} * x_{ik} * x_{ik} + v_{14} * x_{ip} * x_{iq} * \\ & x_{iq} + v_{15} * x_{ip} * x_{ip} * x_{ik} + v_{16} * x_{ip} * \\ & x_{ip} * x_{iq} + v_{17} * x_{ik} * x_{ik} * x_{ik} + v_{18} * \\ & x_{iq} * x_{iq} * x_{iq} + v_{19} * x_{ip} * x_{ip} * x_{ip} \end{aligned} \quad (15)$$

علاوه بر این، روش GSGMDH توانایی اینکه ورودی‌های یک نرون را از لایه غیرمجاور (non-adjacent) انتخاب کند را داراست. شکل زیر، نمونه ای از مدل‌سازی GSGMDH که در آن ورودی یک نرون از لایه غیرمجاور می‌باشد را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نرون  $x_6$  دارای ۳ ورودی و نرون  $x_7$  دارای دو ورودی است. علاوه بر این، نرون  $x_8$  که خروجی مساله است، سه ورودی  $x_6$ ،  $x_7$  and  $x_3$  را می‌پذیرد. واضح است که  $x_3$  از یک لایه غیرمجاور گرفته شده است.



شکل (۲): طرح کلی مدل آزمایشگاهی و روزنه‌های جانبی مثلثی وطن خواه و میرنیا (۱۲)

$(V_1)$ ، شتاب گرانش  $(g)$ ، تنش سطح آب  $(\sigma)$ ، ویسکوزیته آب  $(\mu)$ ، چگالی آب  $(\rho)$  است:

$$C_d = f_1(L, H, W, B, y_1, V_1, g, \sigma, \mu, \rho) \quad (16)$$

آنها نشان دادند که معادله (۱) به صورت تابعی از گروه‌های بدون زیر نوشته می‌شود:

وطن خواه و میرنیا (۱۲) نشان دادند که ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی  $(C_d)$  تابعی از طول روزنه مثلثی  $(L)$ ، ارتفاع روزنه جانبی  $(H)$ ، ارتفاع تاج روزنه  $(W)$ ، عرض کانال اصلی  $(B)$ ، عمق جریان در بالادست روزنه جانبی مثلثی  $(y_1)$ ، سرعت جریان درون کانال اصلی در بالادست روزنه جانبی مثلثی



### ساختار مدل‌های GSGMDH

در این قسمت نحوه ترکیب پارامترهای ورودی و ساختار مدل‌های مختلف GSGMDH مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل ۳ ساختار مدل‌های GSGMDH 1 تا GSGMDH 6 و ترکیب پارامترهای ورودی مختلف برای این مدل‌های هوش مصنوعی قابل مشاهده است. مدل GSGMDH 1 مقادیر تابع هدف را که در اینجا ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی است با استفاده از کلیه پارامترهای ورودی معادله (۱۸) شبیه‌سازی می‌کند. سپس برای شناسایی موثرترین پارامترهای ورودی، تاثیر هر یک از پارامترهای ورودی حذف می‌شود و مدل‌های GSGMDH 2 تا GSGMDH 6 تعریف می‌شوند. لازم به ذکر است که ۷۰ درصد داده‌های آزمایشگاهی برای آموزش مدل‌های GSGMDH استفاده شده است این در حالی می‌باشد که ۳۰ داده‌های آزمایشگاهی باقیمانده برای آزمون این مدل‌های هوش مصنوعی بکار گرفته می‌شوند.

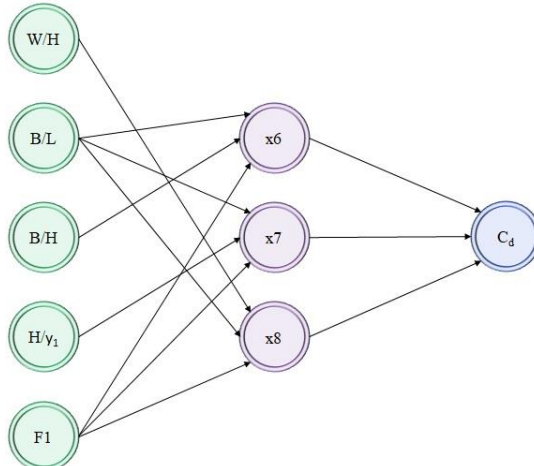
$$C_d = f_2 \left[ \frac{W}{H}, \frac{B}{L}, \frac{B}{H}, \frac{y_1}{H}, \right. \\ \left. F1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}}, Re = \frac{\rho V_1 L}{\mu}, \right. \\ \left. We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} \right] \quad (17)$$

وطن خواه و میرنیا (۱۲) نشان دادند که عدد رینولدز  $\left( Re = \frac{\rho V_1 L}{\mu} \right)$  و عدد وبر  $\left( We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} \right)$  تاثیر قابل توجهی بر روی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی ندارند. بنابراین معادله (۱۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

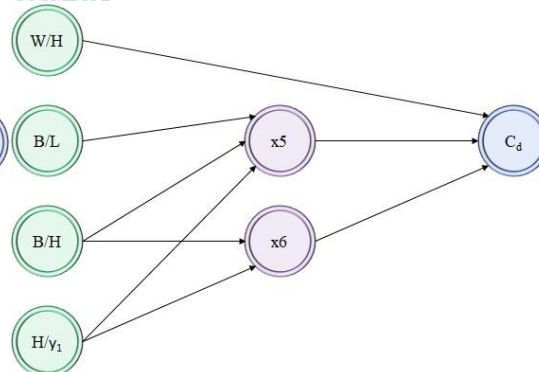
$$C_d = f_2 \left( \frac{W}{H}, \frac{B}{L}, \frac{B}{H}, \frac{y_1}{H}, Fr \right) \quad (18)$$

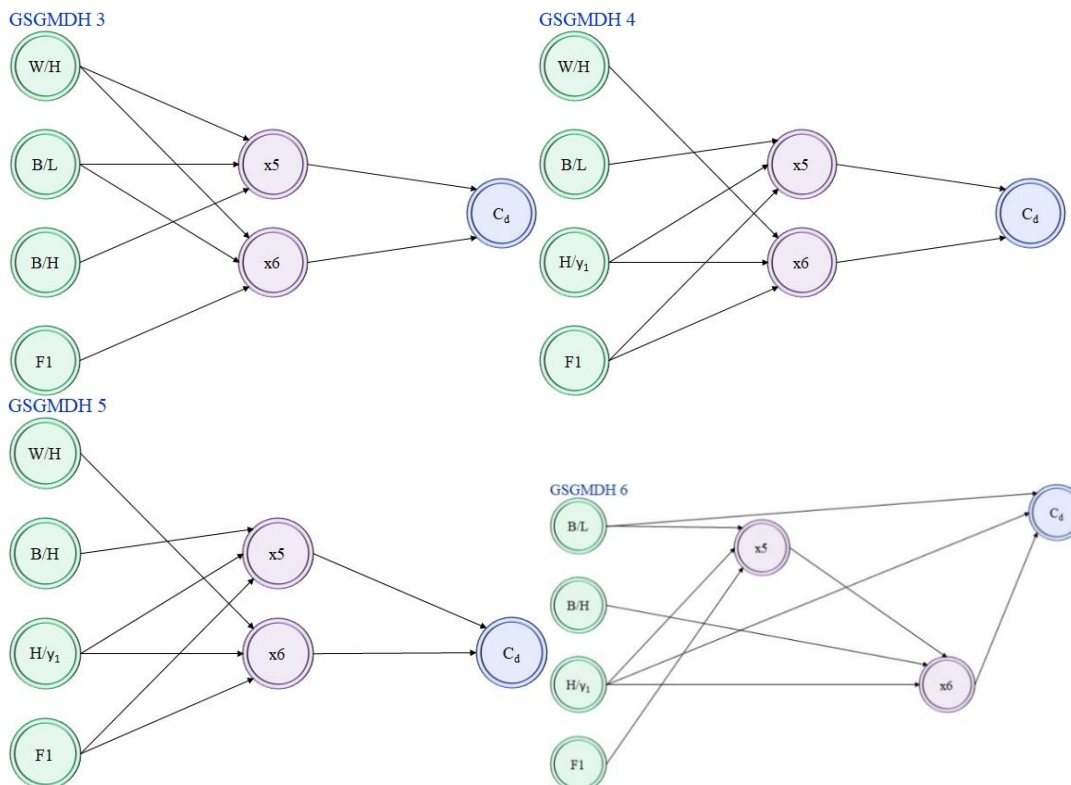
بنابراین در این مطالعه، پارامترهای بدون بعد ارائه شده در معادله (۱۸) به عنوان پارامترهای ورودی مدل GSGMDH استفاده می‌شود.

GSGMDH 1



GSGMDH 2





شکل (۳): نحوه ترکیب پارامترهای ورودی و ساختار مدل‌های GSGMDH

**معیارهای بررسی دقت مدل‌های عددی**

جهت بررسی دقت مدل‌های GSGMDH معرفی شده از شاخص‌های آماری مختلفی همچون؛ ضریب همبستگی ( $R$ )، شاخص عملکرد ( $VAF$ )، خطای مربعات میانگین ریشه ( $RMSE$ )، شاخص پراکندگی ( $SI$ )، خطای مطلق میانگین ( $MAE$ ) و ضریب بهره‌وری نش ساتکلیم ( $NSC$ ) به صورت زیر استفاده می‌گردد:

$$SI = \frac{RMSE}{\bar{O}} \quad (22)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |F_i - O_i| \quad (23)$$

$$NSC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - F_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (24)$$

در اینجا  $O_i$  مقادیر مشاهداتی،  $F_i$  مقادیر تراز پیش‌بینی شده به وسیله مدل‌های عددی،  $\bar{O}$  میانگین مقادیر مشاهداتی و  $n$  برابر تعداد مقادیر مشاهداتی است. در بخش‌های بعدی، در ابتدا توابع فعال‌سازی مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرند. سپس با انجام یک

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})(O_i - \bar{O})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2 \sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}} \quad (19)$$

$$VAF = \left( 1 - \frac{\text{var}(F_i - O_i)}{\text{var}(F_i)} \right) \times 100 \quad (20)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - O_i)^2} \quad (21)$$



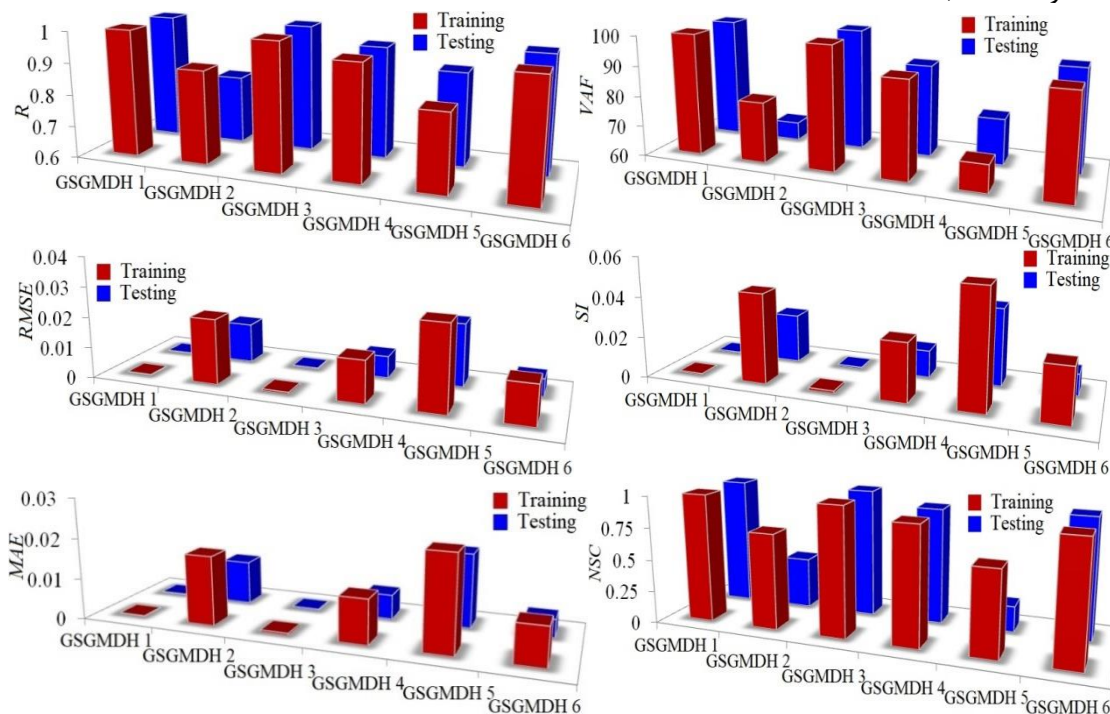
مقادیر SI، NSC و VAF به ترتیب مساوی با ۰/۰۰۱، ۰/۷۴۲ و ۰/۹۹۹ بدست آمده است. در میان کلیه مدل‌های GSGMDH این مدل دارای کمترین مقدار خطا و بیشترین دقت برای شبیه‌سازی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی است. به بیان دیگر، شاخص‌های آماری MAE و RMSE برای 3 GSGMDH در حالت تست به ترتیب مساوی با ۰/۰۰۰۳ و ۰/۰۰۰۴ محاسبه شده‌اند. علاوه بر این، مقادیر VAF، MAE و SI برای وضعیت تست مدل 4 GSGMDH به ترتیب مساوی با ۰/۰۸۰، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۱۳ هستند. این مدل مقادیر پارامتر هدف را توسط  $W/H, B/L, y_1/H, Fr$  شبیه‌سازی می‌کند و تاثیر پارامتر  $B/H$  در آن نادیده گرفته شده است. برای شرایط آموزش مدل 4 GSGMDH مقادیر شاخص‌های آماری SI، MAE و RMSE به ترتیب برابر با ۰/۰۱۱، ۰/۰۲۸ و ۰/۰۱۳ تخمین زده شده‌اند. این در حالی است که در وضعیت تست این مدل مقادیر VAF و NSC به ترتیب مساوی با ۰/۰۸۰ و ۰/۸۹۸ بدست آمده‌اند. برای شبیه‌سازی ضریب دبی توسط مدل 5 GSGMDH تاثیر پارامتر بدون بعد  $B/L$  حذف شده است. به بیان دیگر این مدل مقادیر تابع هدف را توسط پارامترهای بدون بعد  $W/H, B/L, y_1/H, Fr$  پیش‌بینی می‌نماید. در وضعیت آموزش، مدل 5 GSGMDH دارای کمترین دقت و بیشترین مقدار خطا است. به عنوان مثال، مقادیر NSC، MAE و SI برای وضعیت آموزش این مدل به ترتیب مساوی با ۰/۶۵۳، ۰/۰۲۳ و ۰/۰۵۷ هستند در حالی که شاخص‌های RMSE و VAF برای وضعیت تست مدل 5 GSGMDH به ترتیب برابر با ۰/۰۲۱ و ۰/۹۷۶ محاسبه شده‌اند. مدل 6 GSGMDH مقادیر تابع هدف را توسط پارامترهای  $B/L, B/H, y_1/H, Fr$  تخمین می‌زند و تاثیر پارامتر بدون بعد  $W/H$  برای این مدل هوش مصنوعی نادیده گرفته شده است. برای 3 GSGMDH در شرایط آموزش، مقادیر SI و NSC به ترتیب برابر با ۰/۰۲۶ و ۰/۹۲۳ هستند. این در حالی است که شاخص‌های آماری MAE، RMSE و VAF برای

تحلیل حساسیت، مدل برتر و موثرترین پارامترهای ورودی شناسایی می‌شوند. علاوه بر این، مدل برتر GSGMDH با مدل GMDH مقایسه می‌گردد.

## بحث و نتایج

در این قسمت به بررسی عملکرد مدل‌های GSGMDH پرداخته می‌شود. در شکل ۴ نتایج شاخص‌های آماری محاسبه شده برای این شش مدل هوش مصنوعی در هر دو شرایط آموزش و تست قابل مشاهده است. در اینجا یک مدل مقادیر ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی را توسط کلیه پارامترهای ورودی تخمین می‌زند و با حذف تک تک پارامترهای ورودی، پنج مدل GSGMDH دیگر تعرف می‌شود. به عبارت دیگر، مدل 1 GSGMDH مقادیر ضریب دبی را بر حسب کلیه مقادیر ورودی شامل  $W/H, B/L, B/H, y_1/H, Fr$  برای این مدل مقادیر شاخص‌های آماری شامل VAF، RMSE و NSC در شرایط آموزش به ترتیب مساوی با ۰/۹۹۵، ۰/۰۰۳ و ۰/۹۹۹ محاسبه شده‌اند. در مقابل، مقادیر SI و MAE در وضعیت تست مدل 1 GSGMDH به ترتیب برابر با ۰/۰۰۷ و ۰/۰۰۳ هستند. همچنین، برای مدل 2 GSGMDH تاثیر عدد فرود حذف شده است و این مدل مقادیر تابع هدف را توسط پارامترهای  $W/H, B/L, B/H, y_1/H$  شبیه‌سازی می‌کند. برای شرایط تست مدل 2 GSGMDH مقادیر MAE، NSC و SI به ترتیب برابر با ۰/۰۱۱، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۲۴ تخمین زده شده‌اند. در وضعیت تست، 2 GSGMDH دارای کمترین دقت و بیشترین مقدار خطا است. این در حالی است که برای شرایط آموزش 2 GSGMDH مقادیر شاخص‌های RMSE و VAF به ترتیب مساوی با ۰/۰۲۱ و ۰/۶۹۴ می‌باشند. مدل 3 GSGMDH مقادیر ضریب دبی‌ها را با ترکیبی از  $W/H, B/L, B/H, Fr$  مدل‌سازی می‌نماید و برای مدل مذکور تاثیر پارامتر بدون بعد  $y_1/H$  حذف شده است. برای شرایط آموزش 3 GSGMDH

شرایط تست مدل مذکور به ترتیب مساوی با ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۶ و ۹۳/۵۱۵ بدست آمده‌اند.



شکل (۴): نتایج شاخص‌های محاسبه شده برای مدل‌های مختلف GSGMDH

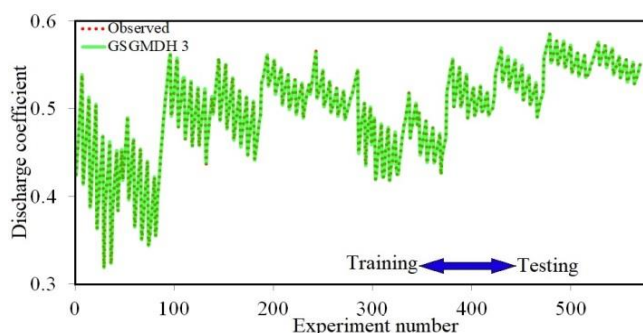
این مطالعه است که دارای همبستگی بالایی با مقادیر مشاهداتی است. به عنوان مثال مقدار ضریب همبستگی برای وضعیت‌های آموزش و تست مدل GSGMDH 3 به ترتیب مساوی ۰/۹۹۹ و ۰/۹۹۹ تخمین زده شده است. لازم به ذکر است که برای شرایط آموزش و تست مدل GSGMDH 4 مقدار شاخص R به ترتیب مساوی ۰/۹۵۷ و ۰/۹۵۱ هستند. در شرایط آموزش مدل‌های هوش مصنوعی، مدل GSGMDH 5 دارای کمترین مقدار دقت و همبستگی است (مقدار R برای آن در شرایط آموزش مساوی ۰/۸۴۰ می‌باشد). مقدار ضریب همبستگی برای مدل GSGMDH 5 در وضعیت تست مساوی ۰/۸۹۲ محاسبه شده است. عملکرد مدل GSGMDH 5 در شرایط آموزش و تست تقریباً مشابه است به صورتی که مقدار شاخص آماری R برای شرایط آموزش و تست به ترتیب مساوی ۰/۹۶۴ و ۰/۹۶۷ محاسبه شده است. بنابراین، مدل‌های GSGMDH 1 و GSGMDH 3 به عنوان مدل‌های

مقایسه ضریب دبی شبیه‌سازی شده توسط مدل برتر GSGMDH با مقادیر آزمایشگاهی در قالب شکل ۵ به تصویر کشیده شده است. همچنین، نمودارهای پراکندگی برای مدل برتر در شکل ۶ قابل مشاهده است. مدل GSGMDH 1 یکی از بهترین مدل‌های هوش مصنوعی است که توانسته مقادیر ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی را با دقت بالایی تخمین بزند. به عبارت دیگر، مدل GSGMDH 1 همبستگی بسیار بالایی با مقادیر مشاهداتی دارد و مقدار ضریب همبستگی برای شرایط آموزش و تست برای آن به ترتیب مساوی با ۰/۹۹۹ و ۰/۹۹۹ محاسبه شده است. این در حالی است که مدل GSGMDH 2 در وضعیت تست بدترین عملکرد را از خود نشان می‌دهد و شاخص آماری R برای آن در شرایط تست مساوی ۰/۸۱۴ است. هر چند که مقدار R برای وضعیت آموزش GSGMDH 2 برابر با ۰/۸۹۳ می‌باشد. در مقابل، مدل GSGMDH 3 نیز جزء مدل‌های دقیق

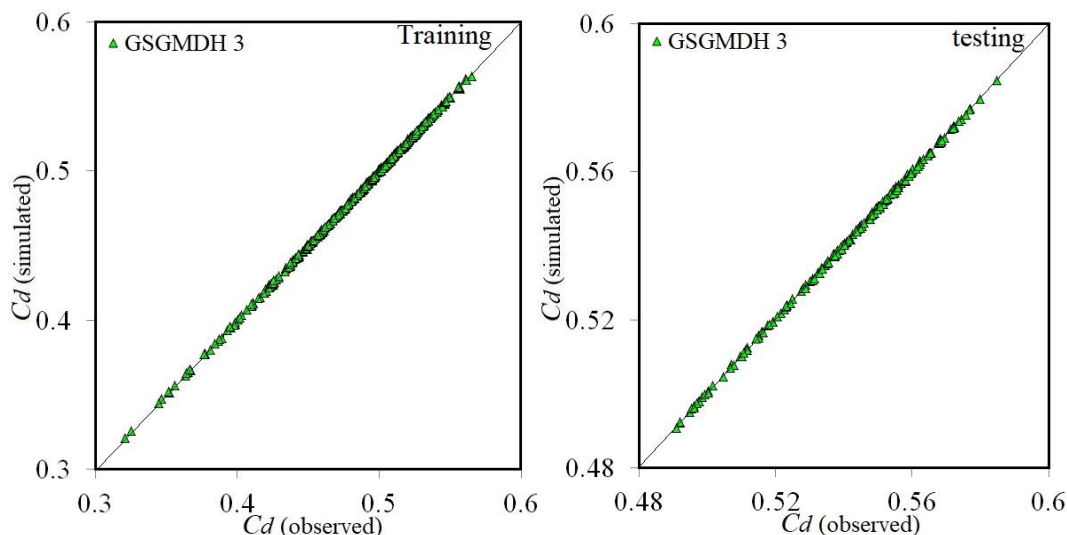


می‌گردد. علاوه بر این، نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که پارامترهای بدون عدد فرود ( $F1$ ) و نسبت عرض کانال اصلی به طول روزنه جانبی مثلثی ( $B/L$ ) به‌عنوان موثرترین پارامترهای ورودی معرفی می‌شوند. به‌عبارت دیگر، با حذف این پارامترهای ورودی، دقت مدل‌های GSGMDH به‌شکل قابل ملاحظه‌ای کاهش یافت.

برتر برای شبیه‌سازی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی شناسایی می‌شوند. این دو مدل در مقایسه با سایر مدل‌های GSGMDH دارای دقت بیشتر و خطای کمتری هستند. با توجه به شکل ۳، از لحاظ ساختار مدل 3 GSGMDH در مقایسه با مدل 1 GSGMDH یک مدل ساده‌تر است زیرا دارای ورودی و تعداد گره‌های لایه میانی کمتری است. فلذا مدل 3 GSGMDH به‌عنوان مدل برتر معرفی



شکل (۵): مقایسه ضریب دبی شبیه‌سازی توسط مدل برتر GSGMDH با مقادیر مشاهداتی



شکل (۶): نمودارهای پراکندگی برای مدل برتر GSGMDH در شرایط آموزش و آزمون

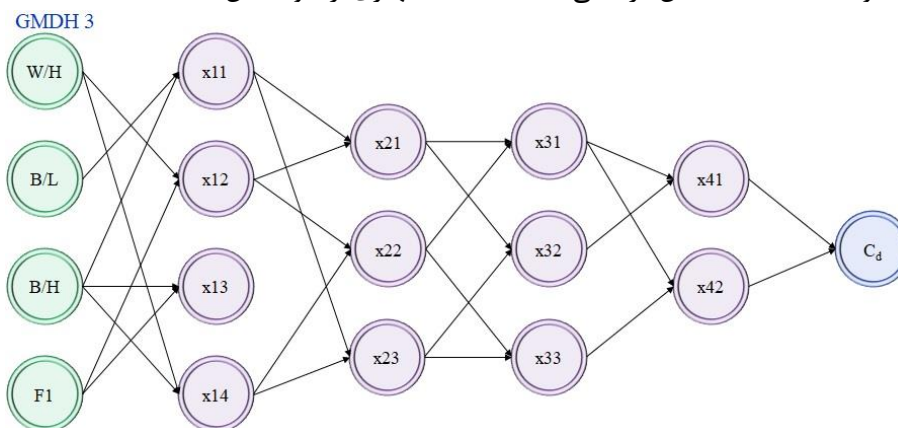
### مقایسه با GMDH

شده توسط مدل‌های GMDH 3 و GSGMDH 3 با مقادیر مشاهداتی در شکل ۸ نشان داده شده است. همچنین نمودارهای پراکندگی و Taylor graph برای این دو مدل در قالب شکل‌های ۹ و ۱۰ به‌تصویر

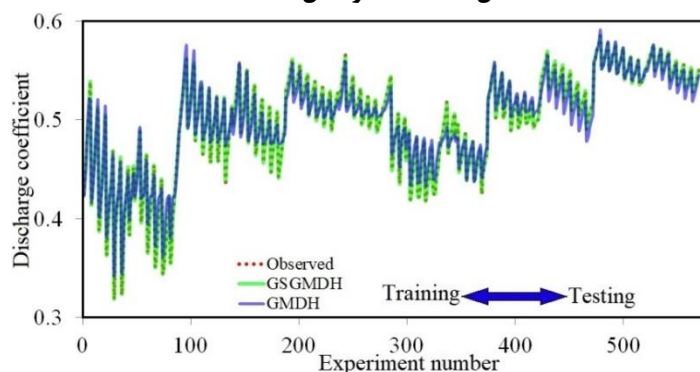
در ادامه مدل برتر که در اینجا 3 GSGMDH با مدل 3 GMDH مقایسه می‌شود. در شکل ۷ ساختار مدل 3 GMDH نشان داده شده است. علاوه بر آن، ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی شکل شبیه‌سازی

که مقادیر VAF، MAE و RMSE در وضعیت تست مدل GMDH 3 به ترتیب مساوی با ۰/۰۰۶، ۰/۰۰۸ و ۰/۰۰۸ تخمین زده شده‌اند. بنابراین، مدل GSGMDH 3 در مقایسه با مدل GMDH 3 عملکرد بهتری از خود نشان داده است.

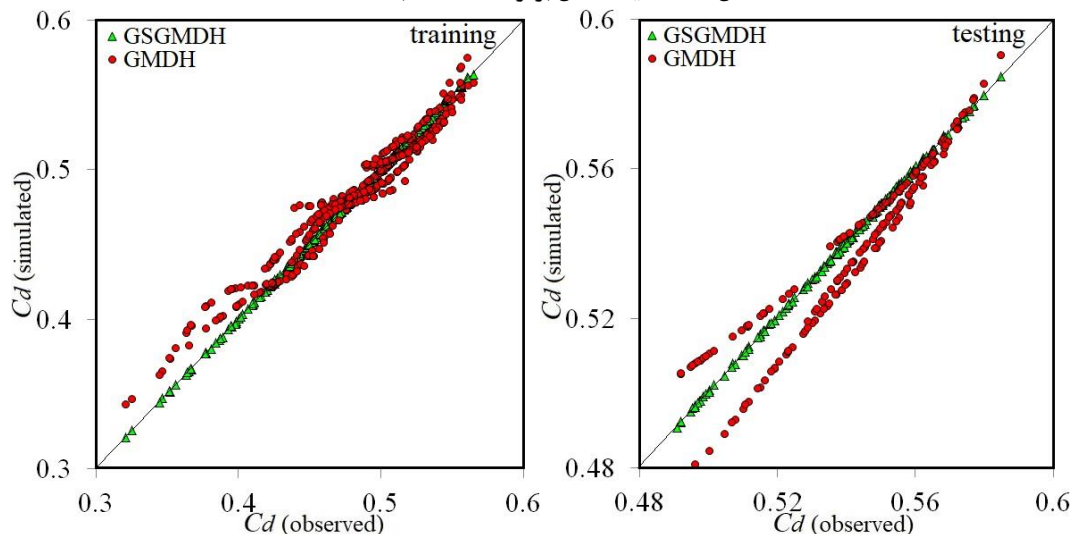
کشیده شده است. مدل GSGMDH 3 دارای عملکرد بهتری در مقایسه با مدل GMDH 3 است. به عنوان مثال، مقادیر شاخص‌های آماری NSC، R و SI در وضعیت آموزش مدل GMDH 3 به ترتیب مساوی ۰/۹۳۴، ۰/۹۸۱ و ۰/۰۲۲ هستند. این در حالی است



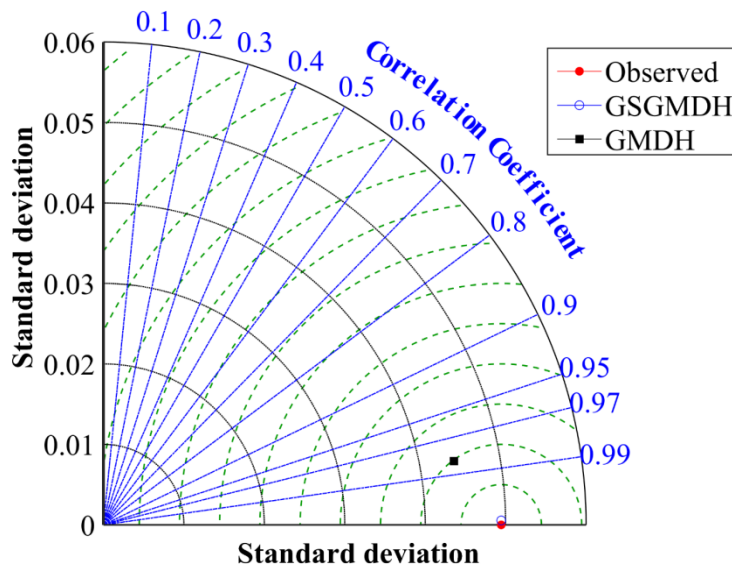
شکل (۷): ساختار مدل GMDH 3



شکل (۸): مقایسه مدل برتر GSGMDH با GMDH



شکل (۹): نمودارهای پراکندگی مدل‌های GSGMDH برتر و GMDH در شرایط آموزش و تست



شکل (۱۰): Taylor graph برای مدل‌های GSGMDH و GMDH

پارامترهای بدون بعد  $W/H, B/L, B/H, Fr$  هستند که این پارامترهای به ترتیب با  $x_1, x_2, x_3$  و  $x_4$  نشان داده شده‌اند. این در حالی است که  $x_5$  و  $x_6$  گره‌های موجود در لایه میانی مدل 3 GSGMDH هستند.

(۲۶)

$$x_6 = 0.875 + 17.842 * W/H - 0.297 * B/H + 1.071 * Fr - 50.259 * B/H * W/H - 0.158 * Fr * W/H - 3.095 * Fr * B/H + 0.035 * (W/H)^2 - 0.115 * (B/H)^2 + 0.022 * (Fr)^2 - 0.141 * (Fr)^2 * B/H * W/H + 0.217 * B/H * (W/H)^2 + 34.162 * (B/H)^2 * W/H + 0.073 * Fr * (W/H)^2 + 2.054 * Fr * (B/H)^2 + 0.034 * (Fr)^2 * W/H + 0.023 * (Fr)^2 * B/H - 0.089 * (W/H)^3 + 0.291 * (B/H)^3 - 0.008 * (Fr)^3$$

(۲۷)

(GSGMDH) شبیه‌سازی گردید. این مدل در مقایسه با روش کلاسیک GMDH از عملکرد بهتری برای شبیه‌سازی پدیده‌های غیر خطی و پیچیده برخوردار است. با بررسی نتایج مدل‌های GSGMDH مشخص شد که این روش توانایی بالایی برای شبیه‌سازی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی داشت به گونه‌ای که مقادیر

مدل برتر

در ادامه، یک معادله برای مدل برتر که در این مطالعه مدل 3 GSGMDH هست ارائه خواهد شد. این معادله در قالب معادله (۱۵) قابل مشاهده است. با توجه به شکل ۳، مدل 3 GSGMDH تابعی از

$$Cd = 0.009 + 0.575 * x_6 + 0.386 * x_5 + 2.649 * x_5 * x_6 - 0.415 * x_6 * x_6 - 2.179 * x_5 * x_5 - 0.433 * x_5 * x_6 * x_6 - 2.374 * x_5 * x_5 * x_6 + 0.426 * x_6 * x_6 * x_6 + 2.372 * x_5 * x_5 * x_5 \quad (۲۵)$$

$$x_5 = 1.308 - 0.139 * B/L - 1.602 * B/H + 0.025 * Fr + 0.034 * B/H * B/L + 0.167 * Fr * B/L - 0.299 * Fr * B/H - 0.0003 * (B/L)^2 + 1.426 * (B/H)^2 - 0.181 * (Fr)^2 - 0.078 * Fr * B/H * B/L - 0.008 * B/H * (B/L)^2 + 0.101 * (B/H)^2 * B/L - 0.014 * Fr * (B/L)^2 + 0.158 * Fr * (B/H)^2 - 0.009 * (Fr)^2 * B/L + 0.115 * (Fr)^2 * B/H + 0.002 * (B/L)^3 - 0.568 * (B/H)^3 + 0.047 * (Fr)^3$$

## نتیجه‌گیری

در این مطالعه، ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی شکل درون کانال‌های مستطیلی برای اولین بار توسط یک روش نوین هوش مصنوعی تکاملی با نام ساختار تعمیم‌یافته روش گروه دسته‌بندی داده‌ها





بالادست روزنه ( $H/y_1$ ) موثرترین پارامترهای ورودی بودند که با حذف آنها دقت مدل GSGMDH به شکل قابل توجهی کاهش یافت. در ادامه مدل‌های GSGMDH و GMDH با هم مقایسه شدند که عملکرد مدل GSGMDH بهتر بود.

پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آتی از مدل‌های ماشین یادگیری نوین و الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای شبیه‌سازی ضریب دبی روزنه‌های جانبی مثلثی استفاده شود.

MAE و VAF, RMSE برای وضعیت تست مدل برتر (GSGMDH) به ترتیب مساوی با ۰/۰۰۰۴، ۹۹/۹۷۵ و ۰/۰۰۰۳ تخمین زده شدند. علاوه بر این مدل 3 GSGMDH مقادیر تابع هدف را با استفاده از پارامترهای بدون بعد نسبت ارتفاع تاج به ارتفاع روزنه ( $W/H$ )، نسبت عرض کانال اصلی به ارتفاع روزنه ( $B/H$ )، نسبت عرض کانال اصلی به طول روزنه ( $B/L$ ) و عدد فرود بالادست روزنه ( $Fr$ ) تخمین زد. لازم به ذکر است که تحلیل حساسیت نشان داد که عدد فرود بالادست و نسبت ارتفاع روزنه به عمق جریان در

## منابع

- Azimi, H., H. Bonakdari, and I. Ebtehaj. 2019. Design of radial basis function-based support vector regression in predicting the discharge coefficient of a side weir in a trapezoidal channel. *Applied Water Science*, 9(4): 1-12.
- Azimi, H., H. Bonakdari, I. Ebtehaj, B. Gharabaghi, and F. Khoshbin. 2018. Evolutionary design of generalized group method of data handling-type neural network for estimating the hydraulic jump roller length. *Acta Mechanica*, 229(3): 1197-1214.
- Ebtehaj, I., H. Bonakdari, and B. Gharabaghi. 2018. Development of more accurate discharge coefficient prediction equations for rectangular side weirs using adaptive neuro-fuzzy inference system and generalized group method of data handling. *Measurement*, 116: 473-482.
- Ebtehaj, I., H. Bonakdari, F. Khoshbin, and H. Azimi. 2015. Pareto genetic design of group method of data handling type neural network for prediction discharge coefficient in rectangular side orifices. *Flow Measurement and Instrumentation*, 41: 67-74.
- Eghbalzadeh, A., M. Javan, M. Hayati, and A. Amini. 2016. Discharge prediction of circular and rectangular side orifices using artificial neural networks. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 20(2): 990-996.
- Guo, J. C., and R. P. Stitt. 2017. Flow through partially submerged orifice. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 143(8): 06017006-1-3.
- Hashid, M., A. Hussain, and Z. Ahmad. 2015. Discharge characteristics of lateral circular intakes in open channel flow. *Flow Measurement and Instrumentation*, 46: 87-92.
- Hussain, A., Z. Ahmad, and C. S. P. Ojha. 2016. Flow through lateral circular orifice under free and submerged flow conditions. *Flow Measurement and Instrumentation*, 52: 57-66.
- Ivakhnenko, A. G. 1976. The group method of data handling in prediction problems. *Soviet Automatic Control*, 9(6): 21-30.
- Majedi Asl, M., Fuladipanah, M., Daneshfaraz, R., Jannat, K. 2021. Modeling and assessment of discharge coefficient of arc labyrinth weir using experimental and meta-model methods. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 10.22059/IJSWR.2021.322432.668943.
- Roushangar, K., Alirezazadeh Sadaghiani, A., Shahnaazi, 2021. Modeling discharge coefficient of radial gates under submerged conditions using kernel-based approaches. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 15(85): 109-120.
- Vatankhah, A. R., and S. H. Mirnia. 2018. Predicting Discharge Coefficient of Triangular Side Orifice under Free Flow Conditions. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 144(10): 04018030-1-16.



## Estimation of Discharge Coefficient of Triangular Side Orifices using Generalized Structure Group Method of Data Handling

Rahim Gerami Moghadam<sup>1</sup>, Behrouz Yaghoubi<sup>2†</sup>, Ahmad Rajabi<sup>3</sup>, Saeid Shabanlou<sup>4</sup>, Mohammad Ali Izadbakhsh<sup>5</sup>

### Abstract

In the study, the discharge coefficient of triangular side orifices is modeled by a new evolutionary algorithm entitled "generalized structure group method of data handling (GSGMDH)". Initially, the variables affecting the discharge coefficient are discerned and six different GSGMDH models are defined. After that, the experimental data are divided into two sub-groups, meaning that 70% of the experimental measurements are used for training and 30% for testing. Then, the superior model is introduced through the analysis of all GSGMDH models. This model estimates the discharge coefficient values with remarkable accuracy. For example, in the testing mode of the superior model, the correlation coefficient (R), Scatter Index (SI) and the Nash-Sutcliffe proficiency coefficient (NSC) are calculated 0.999, 0.0008 and 0.999, respectively. Furthermore, the sensitivity analysis of the input parameters reveals that the Froude number ( $F1$ ) and the ratio of the main channel width to the side orifice length ( $B/L$ ) are the most effective input parameters. After that, the results yielded by the GSGMDH superior model are compared with the GMDH results to prove that the accuracy of the GSGMDH model is higher.

**Keywords:** Triangular side orifice, Discharge coefficient, generalized structure group method of data handling, Uncertainty analysis

---

<sup>1</sup> Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran.

<sup>2†</sup> Assistant Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran, CORRESPONDING AUTHOR: EMAIL: byaghubi@gmail.com

<sup>3</sup> Associate Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran.

<sup>4</sup> Associate Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran.

<sup>5</sup> Assistant Professor, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran.