Research Paper

Two-dimensional Simulation of Flow Pattern in Open Channels Using Time-Splitting Method

Maryam Teymouri Yeganeh[1], Mohammad Mehdi Heidari[2*], Rasool Ghobadian[3]

[1] Ph.D Student, Water Engineering, Agriculture Faculty, Razi University, Kermanshah, Iran
[2] Assistant Professor, Water Engineering, Agriculture Faculty, Razi University, Kermanshah, Iran
[3] Associate Professor, Water Engineering, Agriculture Faculty,Razi University, Kermanshah, Iran

10.22125/IWE.2023.375529.1691

Received:
December 5, 2022
Accepted:
April 17, 2023
Available online:
August 23, 2023

Keywords:
flow pattern, open channel, finite volume, numerical model, time-splitting method

Abstract

One of the main characteristics of the shallow water model is that the vertical dimension of the flow is small compared to its horizontal dimension, on this basis the flow is considered almost horizontal, and also the pressure distribution in the depth can be hydrostatically commented These assumptions simplify the equations and solve them numerically. In finite volume methods, any field with complex boundary conditions can be easily analyzed by using an irregular triangular grid. While in finite difference methods, it is very difficult to achieve high accuracy methods and has a high computational cost, and the application of finite difference schemes in fields with complex boundary conditions, which often happens in practice, It is very difficult and practically impossible. In this research, after developing the two-dimensional numerical model of the flow using the finite volume method in the Fortran programming language, taking into account the time halving scheme and using triangular grids, the flow pattern in open channels was investigated. Also, several zero-equation turbulence models including parabolic model, Parantel mixing length and Smagorinsky model were compared. The results of comparisons with laboratory data show the high accuracy of the numerical model in the simulations.

1. Introduction

Simulation of water flow in canals and rivers has been the subject of many researches in the field of hydraulics and river engineering (Azevedo et al., 2000). The use of two-dimensional numerical modeling can be considered as an option for predicting the performance of hydraulic designs of the structure. Namin et al., (2004) presented a numerical model for predicting free surface flows in estuarine and coastal basins using the finite volume method to solve the shallow water equations from both accurate and non-oscillating second and third order numerical schemes. They used an unstructured triangular network in their model. They also stated that the quality of the mesh has a major impact on the overall performance of the numerical model. This model has been used to simulate two-dimensional dam-break flows for which transient water level distributions are measured in a laboratory flume.

The purpose of this article is to prepare a numerical code in Fortran programming language using finite volume method with irregular triangular mesh to simulate two-dimensional flow in open channels. Multi-channel data was used to evaluate the numerical code.

* **Corresponding Author:** Mohammad Mehdi Heidari
Address: Water Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran
Email: mm.heidari@razi.ac.ir
Tel: 09188573988

2. Materials and Methods

In this research, at first, using the finite volume method, two-dimensional numerical model of the flow was prepared. For this purpose, using the time splitting scheme in the Fortran programming environment, the different terms of the equations governing the separation flow were analyzed and solved. For this purpose, after separating and solving the governing equations of the flow in the programming environment, it is made into a subroutine and its validations are carried out in two-dimensional mode with the observational data related to the dam failure, the laboratory channel with breakwater, Rajaratnam and Nwachukwu (1983) and Xie laboratory channel (1994) with a sudden opening in the width was done.

3. Results

To solving the two-dimensional flow equations in this study, a time splitting scheme was used. Accordingly, the numerical solution of the governing equations consists of three steps. In the first step, the transfer equation (advection and diffusion) for p and q (velocity fluxes in the x and y directions) is solved. In the second stage, the friction of the channel bed is separated and its effects on the flow are added. Finally, the gravity term in momentum equation and the continuity equation are solved simultaneously. the results indicated the high accuracy of the numerical model in the simulations.

4. Discussion and Conclusion

The results of the simulations are presented for the numerical model of the current research in Xie laboratory channel (1994) for four sections downstream of the expansion site. Based on the mentioned figures, there is a good agreement between the measured and simulated data, and the flow in the main channel as well as the rotating area follows the trend of the measured data. In the experimental model of Rajaratnam and Nwachukwu (1983) of the flow around the breakwater, the flow field is well simulated and has a very high agreement with the measured data. Also, the statistical parameters in the failure model of Chaudhry (2008) showed the results of the simulations with the presented analytical solution with high accuracy.

5. Six important references

1) Namin, M., Lin, B, Falconer, R.A. 2004. Modelling estuarine and coastal flows using an unstructured triangular finite volume algorithm. Advances in Water Resources. 27 (12), PP. 1179–1197.

2) Chan, CT., Anastasiou, K. 1999. Solution of incompressible flows with or without a free surface using the finite volume method on unstructured triangular meshes. Int J Numer Methods Fluids 1999; 29:35–57.

3) Groosi, F., Cusicahua, A., Shademani, M., Shakibaeinia, A. 2022. Experimental and numerical investigations of dam break flow over dry and wet beds. International Journal of Mechanical Sciences. Volume 215. 106946.

4) Torabi, M., Hamedi, A., Alamatian, E., Zahabi, H. 2019. The Effect of Geometry Parameters and Flow Characteristics on Erosion and Sedimentation in Channel’s Junction using Finite Volume Method. International Journal of Engineering and Management Research, Volume- 9, Issue- 2, April 2019, Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=3540873

5) Vaghefi, M., Ghodsian, M., Neyshabouri, S. A. A. S. 2012. Experimental study on scour around a T-shaped spur dike in a channel bend. Journal of Hydraulic Engineering, 138(5), pp. 471–474.

6) Hou, J., Liang, Q., Zhang, H., Hinkelmann, R. 2015. An efficient unstructured MUSCL scheme for solving the 2D shallow water equations. Environmental Modeling & Software. Volume 66, pp.131-152.

Conflict of Interest

Authors declared no conflict of interest.

نشریه علمی پژوهشی مهندسی آبیاری و آب ایران
سال سیزدهم. ویژه نامه .تابستان ۱۴۰۲

شبیه‌سازی دو بعدی الگوی جریان در مجاری روباز با استفاده از شمای تنصیف زمان

مریم تیموری یگانه[۱]، محمد مهدی حیدری*[۲]، رسول قبادیان[۳]

تاریخ ارسال:۱۴۰۱/۰۹/۱۴
تاریخ پذیرش:۱۴۰۲/۰۱/۲۸

مقاله پژوهشی

چکیده

یکی از مشخصه‌های اصلی مدل آب‌های کم عمق ناچیز بودن بعد قائم جریان در مقایسه با بعد افقی آن بوده، بر این اساس جریان تقریبا افقی در نظر گرفته می‌شود، و همچنین توزیع فشار در عمق را می‌توان هیدرواستاتیک در نظرگرفت. این فرضیات موجب ساده سازی معادلات و حل عددی آن می‌گردد. در روش‌های احجام محدود با استفاده از شبکه‌ی نامنظم مثلثی به راحتی می‌توان هر میدانی با شرایط مرزی پیچیده را مورد تحلیل قرار داد. در حالی که در روش‌های تفاضل محدود دست‌یابی به روش‌های با دقت بالا بسیار سخت بوده و هزینه محاسباتی بالایی دارد و اعمال شمای تفاضل محدود در میدان‌های با شرایط مرزی پیچیده، که در عمل زیاد اتفاق می‌افتد، بسیار سخت و عملا غیر ممکن می‌باشد. در این تحقیق پس از توسعه مدل عددی دو بعدی جریان به روش حجم محدود در زبان برنامه نویسی فرترن با در نظر گرفتن شمای تنصیف زمان و با استفاده از شبکه بندی مثلثی به بررسی الگوی جریان در کانال‌های روباز پرداخته شد. همچنین به مقایسه چند مدل آشفتگی صفر معادله‌ای شامل مدل پارابولیک، طول اختلاط پرانتل و مدل اسماگورینسکی پرداخته شد. مقایسات نشان داد که مدل‌های آشفتگی صفر معادله‌ای دارای دقت تقریبا برابری هستند و نتایج مقایسات با داده‌های آزمایشگاهی بیانگر دقت بالای مدل عددی در شبیه سازی‌های صورت گرفته می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: الگوی جریان، کانال روباز، حجم محدود، مدل عددی، تنصیف زمان

[۱] دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، گروه مهندسی آب، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. m.yegameh1390@gmail.com

[۲] استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. ۰۸۳۳۸۳۲۲۳۷۲۷، mm.heidari@razi.ac.ir (**نویسنده مسئول**)

[۳] دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. rsghobadian@gmail.com

مقدمه

شـــبیه ســـازی الگوی جریان در کانال‌ها و رودخانه‌ها موضـــوع بســـیاری از تحقیقات در زمینه هیدرولیک و مهندسی رودخانه بوده است. بسیاری از تحقیقات تجربی و عددی برای بررسی الگوی جریان و آبشستگی انجام شده اســـت (واقفی و همکـاران، (۲۰۱۲)؛ اودین و همکـاران، (۲۰۱۱)؛ یئو و همکـاران، (۲۰۰۵)). جین و اســـتفلر (۱۹۹۳) یک مدل عددی دوبعدی متوسط گیری شده در عمق را برای شـبیه‌سـازی توزیع سـرعت در کانال‌های باز توســعه دادند. اســتفاده از مدل ســازی عددی دو بعدی می‌توانـد بـه عنوان گزینـه‌ای برای پیش بینی عملکرد طرح‌های سازه‌های هیدرولیکی در نظر گرفته شود. بیرد و همکاران، (۲۰۲۱) از مدل عددی متوسـط گیری شـده در عمق "SRH-2D" برای شـبیه‌سازی جریان اطراف سرریز اســتفاده کردند. مطالعات مدل فیزیکی، در حالی که اندازه‌گیری‌ها و نتایج ارزشـــمندی را ارائه می‌دهند، اما زمان‌بر هستند، همچنین در صورت نیاز به تغییرات عمده در پیکربندی می‌توانند پرهزینه باشـــند و گاهی اوقات امکان ارزیابی ســـریع طرح‌ها را فراهم نمی‌کنند. بدین منظور مدل‌ســازی عددی یک جایگزینی مناســب را ارائه می‌دهد (پاپانیکولاس و همکـاران، ۲۰۱۱). از این رو، بســیاری از مدل‌های جریان ســطح آزاد با اســتفاده از طرح‌های صـریح و طرح‌های ضـمنی توسـعه یافته اسـت (ناژیـک، ۱۹۹۵؛ فنمـا، ۱۹۹۰؛ زانـگ، ۲۰۰۳). چنـدین تکنیـک برای اســتفاده از روش حجم محدود، در حل معادلات دو بعدی آب‌های کم عمق برای مدل‌ســـازی جریان‌های سطح آزاد منتشر شده است (ژائو و همکاران، ۱۹۹۶)، آناستازیو (۱۹۹۷) و چن (۱۹۹۹) یک طرح حجم محدود بر اساس فرمول مرتبه دوم نوع گودونوف برای حل جریان‌های تراکم ناپذیر، هم با و هم بدون ســطح آزاد و با اسـتفاده از یک شـبکه مثلثی بدون سـاختار ایجاد کردند. ترابی و همکاران (۲۰۱۹) با استفاده از روش حجم محدود، الگوی جریان و رسوب را در کانال شبیه‌سازی کردند. آن‌ها همچنین از یک مدل تجربی برای ارزیابی نتایج اســـتفاده کردند. با توجه به مدل عددی، تاثیر پارامترهای هندســـی مانند نسـبت کانال ثانویه به کانال اصـلی و زاویه تقاطع و همچنین شرایط هیدرولیکی مانند نسبت جریان ثانویه به کانال اصـــلی و عدد فرود جریان را بر روی توپوگرافی و الگوی بســـتر مورد بررســـی قرار دادند. نتایج مدل عددی آن‌ها نشـان داد که با رسـیدن نسـبت دبی به ۵۱ درصـد، حداکثر ارتفاع بستر به ۳۲ درصد افزایش یافته و با کاهش نسبت عدد فرود کانال اصلی به کانال فرعی، حداکثر ارتفاع رسوب کاهش یافته است. همچنین افزایش زاویه تقاطع با کاهش تغییرات ســرعت جریان در طول کانال همراه بوده است. الگوی سرعت و تغییرات توپوگرافی بستر نیز در هر زاویه مورد مطالعه ثابت بوده اســت. نمین و همکاران (۲۰۰۴) یـک مـدل عـددی برای پیش‌بینی جریـان‌هـای ســطحی آزاد در دهانه رودخانه و حوضــه‌های ســاحلی با اســتفاده از روش حجم محدود برای حل معادلات آب‌های کم عمق با استفاده از دو طرح عددی دقیق و غیر نوسانی مرتبه دوم و ســوم ارائه کردند. آنها از یک شــبکه مثلثی بدون ساختار در مدل خود استفاده کردند. همچنین بیان کردند که کیفیت مش تأثیر عمده‌ای بر عملکرد کلی مدل عددی دارد. این مدل برای شبیه‌سازی جریان‌های دوبعدی شکست سد استفاده شده است. هو و همکاران (۲۰۱۵) روش جدید MUSCL را با استفاده از شبکه بدون ساختار مثلثی ارائه کردند این طرح در مدل حجم محدود برای حل معادلات آب کم عمق در زمین‌های ناهموار پیشـــنهاد شده است. گروسی و همکاران (۲۰۲۲) بررسی‌های تجربی و عددی جریان شکست سد بر بستر خشک و مرطوب را با اســـتفاده از دو روش عددی مختلف، (۱) حجم ســـیال (VOF) و (۲) ذرات متحرک نیمه ضـــمنی (MPS) انجام دادند. نتایج مقایسات آن‌ها توافق رضایت بخشی را بین هر دو مدل و آزمایش نشـان داده اسـت. هدف این مقاله تهیه کد عددی در زبان برنامه نویسی فرترن با استفاده از روش حجم محدود با مش مثلثی نامنظم، برای شـــبیه ســـازی جریان دو بعدی در کانال‌های باز و مقایســـه مدل‌های

آشفتگی صفر معادله‌ای می‌باشد. برای ارزیابی کد عددی از داده‌های چند کانال استفاده شد.

مواد و روش‌ها

معادلات دوبعدی متوسط گیری شده در عمق با فرض فشار هیدرواستاتیک و صرفنظر کردن از تاثیرات باد و نیروی کوریولیس با انتگرال گیری از معادلات ســـه بعدی ناویر استوکس در عمق جریان به صورت روابط (۱)، (۲) و (۳) نوشته می شود (ابوت و باسکو، ۱۹۸۹).

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial q}{\partial y}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial (up)}{\partial x}+\frac{\partial (vp)}{\partial y}+gh\frac{\partial \eta}{\partial x}= \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t(\frac{\partial p}{\partial x})\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t(\frac{\partial p}{\partial y})\right)-\frac{gp\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial (uq)}{\partial x}+\frac{\partial (vq)}{\partial y}+gh\frac{\partial \eta}{\partial y}= \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t(\frac{\partial q}{\partial x})\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t(\frac{\partial q}{\partial y})\right)-\frac{gq\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \qquad (3)$$

رابطه (۱) معادله پیوستگی در پلان و روابـط (۲) و (۳) معـادلات اندازه حرکت در راستای x و y می‌باشد. در این معادلات u، v معرف مولفه‌های سرعت به ترتیب در جهات x، و y ، g شتاب ثقلی، ν_t لزجت سینماتیکی، p شار سـرعت در راسـتای x، q شـار سـرعت در راسـتایy می‌باشد.

معادلات اندازه حرکت دارای چهار بخش مختلف است این بخش‌ها به ترتیب از چپ بـه راست عبارتنـد از: ترم جابجائی، ترم ثقلی، ترم پخشیدگی و ترم اصطکاک کف.

مدل آشفتگی

ویســـکوزیته گردابی با یک مدل آشـــفتگی مانند مدل ویســکوزیته گردابی ســهموی متوســط عمقی، مدل طول اختلاط، مدل اسماگورینسکی، مدل آشفتگی استاندارد k-ε (رودی ۱۹۹۳)، و مدل آشــفتگی k-ε (RNG) محاســبه می‌شـود (یاخوت و همکاران، ۱۹۹۲). در تحقیق حاضـر، از مدل ســهموی متوســط عمقی، مدل طول اختلاط و مدل اسـماگورینسـکی اسـتفاده شـده اسـت. ویسـکوزیته گردابی سهموی متوسط عمقی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\nu_t = C_t U_* h \qquad (4)$$

که در آن U^* سـرعت برش بسـتر، $U_*=\left[C_f\left(u^2+v^2\right)\right]^{1/2}$ و C_t یک ضـریب تجربی بین ۰/۳ و ۱/۰ اسـت (الدر،۱۹۵۹ و فیشـــر، ۱۹۷۹) در این تحقیق از مقدار پیش فرض C_t = 0.7 استفاده شده است. همچنین، مدل ویسکوزیته گردابی طول اختلاط به صورت زیر ارائه شده است:

$$\nu_t=\bar{l}^2\sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(C_m\frac{u_*}{\kappa h}\right)^2} \qquad (5)$$

که در آن، κ ثابت ون کارمن و C_m یک ضــریب تجربی و می‌توان آن را روی ۲/۳۴۳۷۵ (CCH2D Manual) تنظیم کرد.

در مدل اسماگورینسکی برای محاسبه آشفتگی داریم:

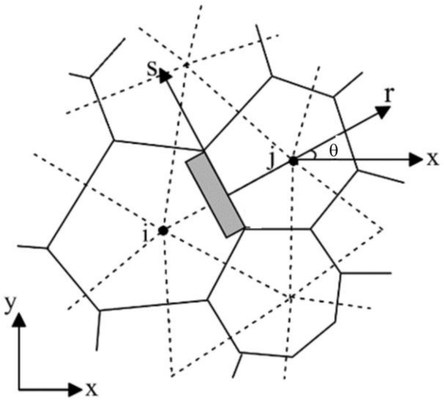
$$\nu_t=\left(C_s\Delta\right)^2\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \qquad (6)$$

که در آن Δ فاصله شبکه و C_s یک ثابت است که باید در بازه ۰/۲۵ تا ۱/۰ انتخاب شود (برانت، ۲۰۰۶).

تولید شبکه

با توجه به هندســـه پیچیده رودخلنه‌ها و همچنین به منظور افزایش دقت محاســبات، در این تحقیق منفصـــل ســازی محدوده حل با اســتفاده از شــبکه بدون ســاختار مثلثی انجام می‌شود. مزیت شـبکه بـدون سـاختار عـلاوه بـر انعطـاف‌پـذیری در هندسه‌های پیچیده، امکان قابلیت ریز و درشـت کـردن شـبکه در مناطق مختلف میدان حل می‌باشـد. در این تحقیق جهت تولید شـبکه محاسـباتی از برنامه EASYMESH استفاده شده است. به منظور شبکه بندی ابتدا فایل ورودی برای نرم افزار تهیه گردید. این فایل شـامل دو بخش، مشـخصـات گره‌ها و مشـخصـات خطوط دور محدوده شـبیه‌سازی می‌باشد. همچنین تعداد گره‌ها در ابتدای فایل و سپس شماره گره، مختصات گره‌ها

(x,y)، طول تقریبی شبکه بندی در نزدیکی گره و شماره مرز گره که بیان‌کننده شرایط مرزی است، در این فایل وارد شد و بعد از اجرای برنامه در محیط Dos، سه فایل خروجی برای مشخصات گره‌ها (Node)، مشخصات مثلث‌ها (Element) و مشخصات اضلاع (Side) ایجاد گردید. بر این اساس حجم کنترل مورد استفاده مطابق شکل (۱)، یک چند ضلعی است که توسط نقاط برخورد عمود منصف‌های مثلث‌های متصل به یک نقطه ایجاد شده است. در این حجم کنترل متغیرهای سرعت و تراز آب در مرکز هر سلول قرار دارد و مقدار شار خروجی و ورودی به حجم کنترل روی یال‌های مثلث محاسبه می‌شود



شکل(۱): حجم کنترل چند وجهی مورد استفاده در تحقیق و محورهای مختصات r و s

الگوریتم حل عددی

در مدل حاضر از طرح تنصیف زمان بر اساس روش حجم محدود (تیمام، ۱۹۹۱؛ محمدزاده قمی و منتظری نمین، ۱۳۸۴) برای حل معادلات جریان دو بعدی در یک شبکه بندی نامنظم استفاده شده است. این طرح معادله حاکم را در سه مرحله حل می‌کند. در مرحله اول، معادله انتقال (ترم جابجایی و پخشیدگی) برای محاسبه شار جرم (p و q) در معادلات اندازه حرکت حل می‌شود. در مرحله دوم عبارت اصطکاک بستر به صورت روش ضمنی منفصل می‌شود. در نهایت ترم ثقلی در معادلات اندازه حرکت و پیوستگی به طور همزمان حل می‌شوند.

قسمت اول محاسبات شامل چهار مرحله است. در مرحله اول شار سرعت p در امتداد x و y جابجا می شود تا مقدار p^* محاسبه شود. مرحله دوم شامل حل معادله پخشیدگی مربوط به شار p است، در این مرحله از مقدار p^* استفاده می شود و مقدار شار سرعت در جهت x بدلیل پخشیدگی به مقدار p^{**} تبدیل می شود. مراحل سوم و چهارم نیز همانند مراحل اول و دوم به حل معادله جابه‌جایی و پخش برای شار سرعت q اختصاص دارد. خروجی این قسمت مطابق روابط (۷) تا (۱۰) مقادیر p^{**} و q^{**} برای هر گره محاسباتی است:

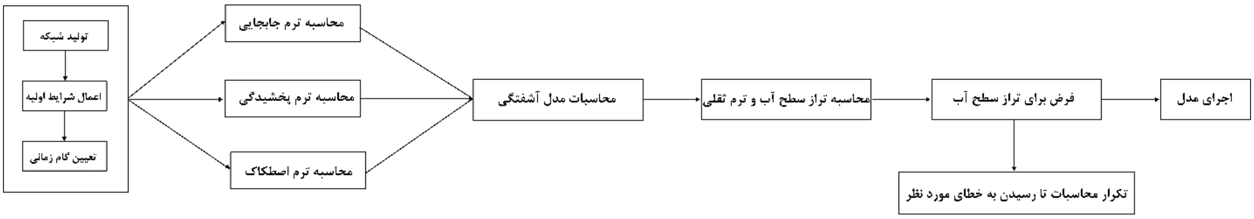
$$\frac{p^* - p^n}{\Delta t} = -\left(\frac{\partial(up)}{\partial x} + \frac{\partial(vp)}{\partial y}\right)^n \qquad (۷)$$

$$\frac{p^{**} - p^*}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t \frac{\partial p}{\partial x}\right)^* + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t \frac{\partial p}{\partial y}\right)^* \qquad (۸)$$

$$\frac{q^* - q^n}{\Delta t} = -\left(\frac{\partial(up)}{\partial x} + \frac{\partial(vp)}{\partial y}\right)^n \qquad (۹)$$

$$\frac{q^{**} - q^*}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t \frac{\partial p}{\partial x}\right)^* + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t \frac{\partial q}{\partial x}\right)^* \qquad (۱۰)$$

در شکل زیر فلوچارت توسعه مدل عددی ارائه شده است.



شکل(۲): فلوچارت توسعه مدل عددی

روش حل عددی برای معادله جابجایی

معادله جابجایی دو بعدی را می‌توان به صورت معادله (۱۱) نوشت.

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\nabla.\vec{F}=0 \qquad (۱۱)$$

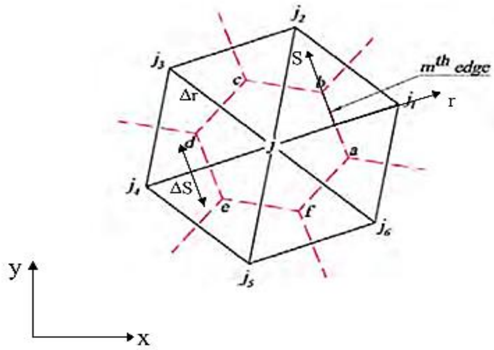
که در آن، F=(E,G) و بنابراین معادله (۱۱) به صورت معادله (۱۲) تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}=0 \qquad (۱۲)$$

که در آن

$$C=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix},\ E=\begin{pmatrix} up \\ uq \end{pmatrix},G=\begin{pmatrix} vp \\ vq \end{pmatrix} \qquad (۱۳)$$

حجم کنترل مورد استفاده در این تحقیق مطابق شکل (۳) می‌باشد که از برخورد عمود منصف‌های مثلث‌ها در اطراف گره‌ها ایجاد شده است.



شکل (۳): حجم کنترل مربوط به گره j و سلول‌های اطراف آن

با انتگرال‌گیری معادله (۱۱) روی یک حجم کنترل داریم:

$$\int_A \frac{\partial C}{\partial t}dA+\int_A \left(\nabla.\vec{F}\right)dA=0 \qquad (۱۴)$$

بر اساس قضیه دیورژانس، جمله دوم را می‌توان به یک انتگرال سطحی تبدیل کرد:

$$\int_A \frac{\partial C}{\partial t}dA+\oint_s \left(\vec{F}.\vec{n}\right)ds=0 \qquad (۱۵)$$

که در آن

$$\vec{F}.\vec{n}=E\vec{n}_x+G\vec{n}_y \qquad (۱۶)$$

که در آن $\vec{n}_x=\frac{-\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}$ و $\vec{n}_y=\frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}}$ مولفه بردار یکه عمود بر سطح در راستای x و y است.

انتگرال سطحی روی یک حجم کنترل با m یال را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\oint_s \left(\vec{F}.\vec{n}\right)ds=\sum_{k=1}^{m}\left(\vec{F}_r.\vec{n}_r\right)_k \Delta s_k \qquad (۱۷)$$

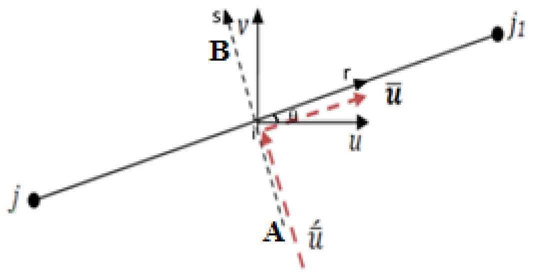
که در آن Δs_k طول ضلع k ام، n_r بردار یکه عمود بر ضلع است. با جایگزین کردن رابطه (۱۷) در رابطه (۱۵) و انتگرال‌گیری نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$C_i^*=C_i^n+\frac{\Delta t\sum_{k=1}^{m}\left(\overline{F}_r.\vec{n}_r\right)_k \Delta s_k}{A_i} \qquad (۱۸)$$

که در آن، A_i مساحت حجم کنترل و Δt اندازه گام زمانی است. مقدار $(\vec{F}_r.\vec{n}_r)\Delta s_k$ شار جابجایی عبوری از ضلع k است که با استفاده از رابطه زیر می‌توان آن را محاسبه کرد:

$$(\bar{F}_r.\bar{n}_r)\Delta s = U_r.\bar{C}.\Delta s \qquad (۱۹)$$

:



شکل (۴): نحوه تعریف سرعت عمود بر اضلاع حجم کنترل در شبکه مثلثی

برای محاسبه متوسط شار سرعت خروجی، $\bar{C}$، می‌توان از روش‌های لکس وندروف، فروم و کیوکست استفاده کرد. در این تحقیق از روش فروم که روشی صریح و با درجه دقت مرتبه دوم است، مطابق رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\bar{C} = C_i^n + 0.5\,\text{grad}\left(1-C_r\right) \qquad (۲۱)$$

Δr فاصله بین گره‌های محاسباتی، Cr عدد کورانت و grad تابع گرادیان شار سرعت روی ضلع AB است و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\text{grad} = \Delta r \frac{\partial C}{\partial r} \qquad (۲۲)$$

$\partial C/\partial r$ تغییرات شار سرعت در جهت محور r است که می‌توان آن را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{\partial C}{\partial x}\cos\theta + \frac{\partial C}{\partial y}\sin\theta \qquad (۲۳)$$

مشتقات موجود در معادلات (۲۴) و (۲۵) با درون یابی مشتقات مشابه در گره‌های دو طرف دیواره حجم کنترل به دست می‌آیند. مشتقات روی گره‌ها یک مرتبه کمتر از مشتقات روی گره‌های دیواره هر حجم کنترل محاسبه می-شوند. بنابراین برای مشتقات k^{th} در گره i^{th}، "nd" دیواره در حجم کنترل داریم. همچنین می‌توان با استفاده از قضیه واگرایی گاوسی نوشت:

که در آن U_r سرعت عمود بر ضلع و $\bar{C}$ متوسط شار سرعت خروجی از ضلع حجم کنترل است. مطابق شکل (۴) خط ij_1 دو گره i و j_1 را به هم وصل می‌کند و عمود بر ضلع AB حجم کنترل است مقدار سرعت U_r از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$U_r = v\cos\theta + u\sin\theta \qquad (۲۰)$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_i^n = \frac{\sum_{k=1}^{nd} \bar{c}_k^n \Delta y_k}{\text{area}_i} \qquad (۲۴)$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial y}\right)_i^n = \frac{\sum_{k=1}^{nd} \bar{c}_k^n \Delta x_k}{\text{area}_i} \qquad (۲۵)$$

که در آن، Δx_k و Δy_k به ترتیب تفاوت مختصات x، y برای نقاط انتهایی یال k ام هستند.

روش حل عددی برای معادله پخشیدگی

معادله پخشیدگی دو بعدی را می‌توان به صورت معادله (۲۶) نوشت:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t \frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t \frac{\partial C}{\partial y}\right) \qquad (۲۶)$$

که در آن C می‌تواند شار سرعت در جهت x یا y یعنی (p یا q) باشد. با انتگرال گیری از رابطه (۲۶) و استفاده از قضیه دیورژانس، خواهیم داشت:

$$C_i^{**} = C_i^* + \frac{\Delta t \sum_{k=1}^{m} \left(\vec{F}_{Dr}.\vec{n}_r\right)_k \Delta s_k}{A_i} \qquad (۲۷)$$

مقدار $\left(\vec{F}_{Dr}.\vec{n}_r\right)\Delta s$ شار پخشیدگی عبوری از ضلع حجم کنترل است که با استفاده از رابطه زیر می‌توان آن را محاسبه کرد:

$$\left(\vec{F}_{Dr}.\vec{n}_r\right)\Delta s=\left(\nu_t\frac{\partial C}{\partial r}\right)\Delta s \qquad (۲۸)$$

با توجه به شکل شماره (۴)، مقدار $\partial C/\partial r$ برای گره i را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\frac{\partial C}{\partial r}=\left[(1-\theta)\left(C_i^*-C_{j_1}^*\right)+\theta\left(C_i^{**}-C_{j_1}^{**}\right)\right] \qquad (۲۹)$$

در رابطه فوق، اگر $\theta=0$ روش حل معادله پخشیدگی صریح، اگر $\theta=1$ روش حل ضمنی و اگر $\theta=0.5$ حل معادله پخشیدگی با استفاده از روش کرانک نیکلسون است.

با قرار دادن رابطه (۲۸) و (۲۹) در رابطه (۲۷) و ساده سازی داریم:

$$a_0C_i^{**}+\sum_{m=1}^{m=nd}a_mC_{im}^{**}=b_i \qquad (۳۰)$$

که در آن،

$$a_0=A_i+\Delta t\theta\sum_{m=1}^{m=nd}\left(\frac{\nu_t\Delta s}{\Delta r}\right)_m \qquad (۳۱)$$

$$a_1=-\Delta t\theta\left(\frac{\nu_t\Delta s}{\Delta r}\right)_1, a_2=-\Delta t\theta\left(\frac{\nu_t\Delta s}{\Delta r}\right)_2 ,\ldots, a_m=-\Delta t\theta\left(\frac{\nu_t\Delta s}{\Delta r}\right)_m \qquad (۳۲)$$

$$b_i=\left[a_0-\Delta t\sum_{m=1}^{m=nd}\left(\frac{\nu_t\Delta s}{\Delta r}\right)_m\right]C_i^*+(1-\theta)\Delta t\sum_{m=1}^{m=nd}\left[\left(\frac{\nu_t\Delta s}{\Delta r}\right)_m\right]C_i^* \qquad (۳۳)$$

با توجه به نامنظم بودن شبکه محاسباتی امکان استفاده از روش ADI وجود ندارد، بنابراین با استفاده از روش تکراری گوس سایدل مقادیر C_i^{**} محاسبه می‌شود.

حل معادله پیوستگی و ترم ثقلی در معادلات اندازه حرکت

پس از حل معادله انتقال و اثر ترم اصطکاک، معادلات زیر باقي مي‌ماند.

$$\frac{\partial p}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial x}=-\frac{gp\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \qquad (۳۴)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial x}=-\frac{gq\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \qquad (۳۵)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+\left(\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial q}{\partial y}\right)=0 \qquad (۳۶)$$

چنان‌چه معادلات فوق در امتداد محور r تصویر شود، دو معادله در راستای x و y تبدیل به یک معادله در راستای محور r می‌گردد. با توجه به شکل (۴) روابط ذیل حاصل می‌گردد.

(۳۷)

$$\frac{\partial R}{\partial t}+gh\frac{\partial \eta}{\partial r}=-\frac{gR|R|}{C^2h^2}\ \therefore\ R=\bar{p}\cos\theta+\bar{q}\sin\theta$$

معادله فوق را برای حجم کنترل i ، و شکل (۴) می‌توان به صورت زیر دیفرنس کرد:

(۳۸)

$$R_i^{n+1}=R_i^{**}-\frac{g\Delta t h_i^n}{\Delta r}\left(\eta_{j1}^{n+1}-\eta_i^{n+1}\right)-\frac{gR_i^{**}\left|R_i^{**}\right|}{C^2\left(h_i^n\right)^2}$$

با انتگرال گیری از معادله پیوستگی و استفاده از قضیه دیورژانس، خواهیم داشت:

$$\eta_i^{n+1}=\eta_i^{n+1}-\frac{\Delta t}{A_i}\sum_{m=1}^{m=i}R_{i_m}^{n+1}\Delta S_{im} \qquad (۳۹)$$

با قرار دادن رابطه (۳۹) در (۳۸) و ساده سازی خواهیم داشت:

(۴۰)

$$\eta_i^{n+1}=\eta_i^n-\frac{\Delta t}{A_i}\sum_{m=1}^{m=i}\left(R_i^{**}-\frac{g\Delta t h_{i_m}^n}{\Delta r}\left(\eta_{j1}^{n+1}-\eta_i^{n+1}\right)-\frac{gR_{i_m}^{**}\left|R_{i_m}^{**}\right|}{C^2h_{i_m}^n}\right)\Delta S_{im}$$

معادله فوق با استفاده از روش تکرار گوس سایدل قابل حل می‌باشد. ابتدا مقدار تراز سطح آب برای تمام گره‌های محاسباتی فرض می‌شود و سپس با استفاده از رابطه (۴۰) مقدار تراز سطح آب تصحیح می‌شود. این کار آنقدر ادامه می‌یابد تا حداکثر اختلاف تراز سطح آب در دو تکرار متوالی از خطای مجاز کمتر شود.

بعد از محاسبه تراز سطح آب در زمان $n+1$، مقدار شار سرعت در راستای x و y با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردد.

(۴۱)

$$p_i^{n+1}=p_i^{**}-g\Delta t\left[h_i^n\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_i^{n+1}+\frac{p_i^{**}\sqrt{p_i^{**2}+q_i^{**2}}}{C_i^2h_i^2}\right]$$

(۴۲)

$$q_i^{n+1}=q_i^{**}-g\Delta t\left[h_i^n\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_i^{n+1}+\frac{q_i^{**}\sqrt{p_i^{**2}+q_i^{**2}}}{C_i^2h_i^2}\right]$$

مقادیر مشتق تراز سطح آب نسبت به x و y را می‌توان با استفاده از قضیه گوس مطابق روابط زیر محاسبه نمود:

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_i=\frac{\sum_{m=1}^{m=i}\bar{\eta}_{im}\Delta y_m}{A_i};\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)_i=-\frac{\sum_{m=1}^{m=i}\bar{\eta}_{im}\Delta x_m}{A_i} \quad (۴۳)$$

$\bar{\eta}_{im}$ متوسط تراز سطح آب روی اضلاع حجم کنترل i می‌باشد.

شرایط اولیه و شرایط مرزی جریان

در تمام روش‌های عددی، لازم است برای همه‌ی مقادیر پارامترها در تمام نقاط شبکه، مقادیری را بعنوان شراطی اولیه در نظر گرفت تا بوسیله مدل توسعه یافته بتواند در روند انجام محاسبات با تصحیح آن‌ها به جواب مورد نظر با دقت مناسب دست یافت. لازم بذکر است که با توجه به شرایط مرزی و توسعه‌ی زمانی حل معادلات، اثر شرایط اولیه به تدریج از بین رفته و دقت بالا در شرایط اولیه تاثیری در جواب نهایی ندارد اما شرایط اولیه مناسب، نقش بسزایی در سرعت همگرایی مدل داشته و باعث کاهش زمان انجام محاسبات می‌شود. به همین منظور انتخاب شرایط اولیه نزدیک به مقادیر واقعی، بهترین انتخاب خواهد بود. شرایط اولیه در تحقیق حاضر شامل تراز سطح آب و سرعت‌های اولیه می‌باشد. همچنین در این تحقیق دو نوع شرط مرزی که شامل مرز بسته و مرز باز می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود. مرز بسته مرزی است که از آن جریان عبور نمی‌کند (مانند دیوار)، در شرط مرزی بسته در محل دیواره‌ها با در نظر گرفتن شرط بدون لغزش، سرعت جریان در تمام راستاها در مرز برابر با صفر لحاظ می‌گردد. مرز باز مرزی است که در آن یک یا چند پارامتر مجهول مسئله مقادیر معلومی دارند در مرز باز تراز سطح آب بعنوان پارامتر معلوم و یا مقدار دبی بعنوان پارامتر معلوم در نظر گرفته می‌شود.

شرایط مرزی در اطراف سلول ها اعمال می‌گردد و مقادیر متغیرهای آن از مرکز سلول برون‌یابی می‌شوند. براساس تئوری خطوط کاراکترستیک، معادله‌ی منحنی مشخصه‌ی مثبت (C^+) به طور همزمان با شرایط مرزی پایین‌دست و معادله‌ی منحنی مشخصه‌ی منفی (C^-) نیز همزمان با شرایط مرزی بالادست حل می‌شود. بر این اساس برای متغیرهای معادله آب کم عمق داریم:

$$C^-=u-2C \therefore C^+=u+2C \quad (۴۵)$$

در معادله (۴۵)، به ترتیب در امتداد $dx/dt=u-c$ و $dx/dt=u+c$ زمانیکه سهم ترم منبع نایده گرفته می‌شود، بر مرزها اعمال می‌گردد.

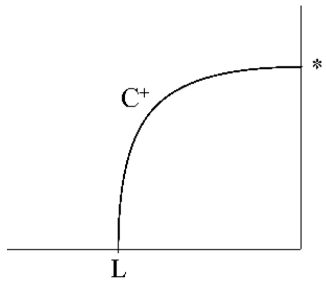
شرط مرزی پایین دست

در مرز پایین دست با حل همزمان معادلات حاکم بر مرز و خط کاراکترستیک C^+، داریم:

$$u_L+2\sqrt{gh_L}=u_*+2\sqrt{gh_*} \quad (۴۶)$$

که در آن زیرنویس‌های * و L به ترتیب متغیرهای مرز و سمت چپ را نشان می‌دهند.

براین اساس مطابق شکل زیر، با توجه به اینکه سرعت u_L و h_L و h_* معلوم می‌باشد، u_* مستقیماً از معادله (۴۶) محاسبه می‌شود یعنی داریم:



شکل(۵):شرط مرزی برای خط کاراکترستیک C^+

$$u_* = u_L + 2\left(\sqrt{gh_L} - \sqrt{gh_*}\right) \quad (۴۷)$$

همچنین با داشتن u_* و h_* می‌توان مقدار دبی در واحد عرض را محاسبه نمود:

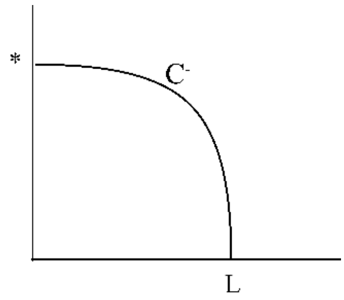
$$p_* = u_* \times h_* \quad (۴۸)$$

شرط مرزی بالادست

در مرز بالادست با حل همزمان معادلات حاکم بر مرز و خط کاراکترستیک C^-، داریم:

$$u_L - 2\sqrt{gh_L} = u_* - 2\sqrt{gh_*} \quad (۴۸)$$

براین اساس مطابق شکل زیر، با اعمال ساده سازی معادله (۴۸) به صورت معادله (۴۹) تبدیل می‌گردد.



شکل (۶): شرط مرزی برای خط کاراکترستیک C^-

$$h_* = \frac{1}{4g}\left(u_* - u_L + 2\sqrt{gh_L}\right)^2 \quad (۴۹)$$

با ضرب طرفین در u_*، مقدار دبی در واحد عرض را می‌توان محاسبه نمود:

$$P_* = \frac{u_*}{4g}\left(u_* - u_L + 2\sqrt{gh_L}\right)^2 \quad (۵۰)$$

معادله فوق یک معادله غیر خطی می‌باشد که با انجام آزمون و خطا، می توان مقدار u_* را محاسبه نمود. سپس با داشتن p_* می‌توان h_* را بدست آورد.

در مرز جامد با در نظر گرفتن شرط بدون لغزش، سرعت جریان در تمام راستاها در مرز برابر با صفر لحاظ می‌گردد و مقدار h_* را می‌توان از معادله (۵۱) محاسبه نمود:

$$h_* = \frac{\left[u_L + 2\sqrt{gh_L}\right]^2}{4g} \quad (۵۱)$$

صحت سنجی مدل عددی

برای تایید صحت مدل عددی و کاربرد آن، این مدل برای مجموعه‌ای از مسائل هیدرولیکی همانطور که در زیر مورد بحث قرار گرفته است، و همچنین از جذر میانگین مربعات خطا، میانگین مربعات خطا و ضریب همبستگی به ترتیب بصورت روابط (۵۲-۵۴) به منظور بررسی خطای مدل استفاده گردید.

$$RMSE = 100\frac{\sqrt{\sum_i (c_i^n - c_i^{ex})^2}}{\sum_i c_i^{ex}} \quad (۵۲)$$

$$MAE = \frac{\left|\sum_{i=1}^{n}(c_i^{ex} - c_j^n)\right|}{n_i} \quad (۵۳)$$

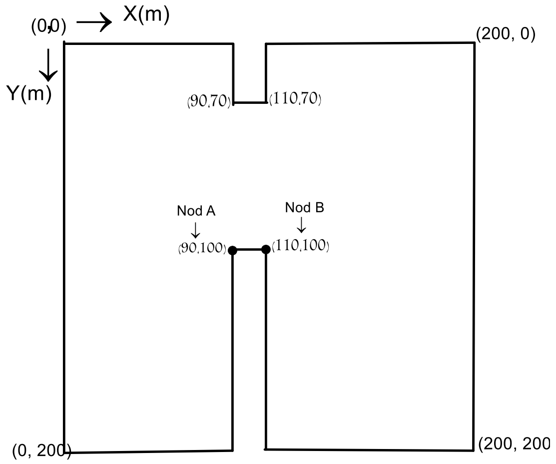
$$R^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}(c_i^{ex} - \bar{c}^{ex})(c_j^n - \bar{c}_j)\right]}{\sum_{i=1}^{n}(c_i^{ex} - \bar{c}^{ex})^2(c_j^n - \bar{c}_j)^2} \quad (۵۴)$$

در این رابطه پانویس‌های ex و n به ترتیب نمایانگر حل تحلیلی و عددی می‌باشد.

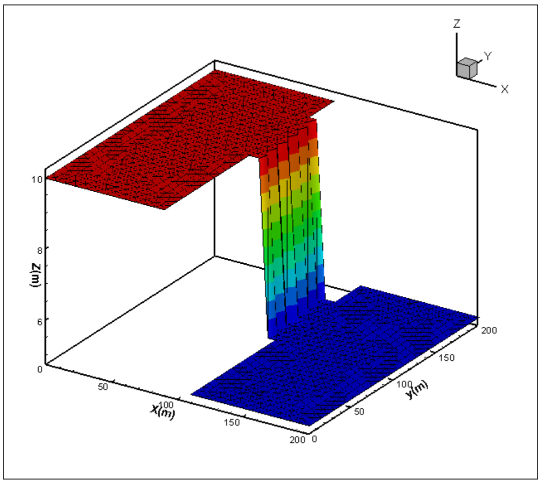
شبیه‌سازی دو بعدی شکست سد

به منظور صحت سنجی معادله دو بعدی جریان، مخزنی به طول و عرض ۲۰۰ متر با کف افقی در نظر گرفته شد. در قسمتی از این مخزن دریچه‌ای با عرض ۷۵ متر و عمود بر جهت جریان و با ضخامت ۱۰ متر در جهت جریان قرار

دارد. شرایط اولیه در نظر گرفته شده برای مدل به صورت نسبت عمق آب پایین دست به عمق آب در مخزن (h_t/h_r) برابر ۰/۵ انتخاب گردید. زمان شبیه سازی تا ۷/۵ ثانیه پس از شکست سد ادامه پیدا کرد. شکل ۷ پلان دوبعدی مخزن و شکل ۸ پروفیل سطح آب مربوط به شرایط اولیه برای مسئله شکست سد دو بعدی را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که این شبیه سازی برای صحت سنجی با مدل‌های عددی مختلف توسط محققان انجام گرفته است.



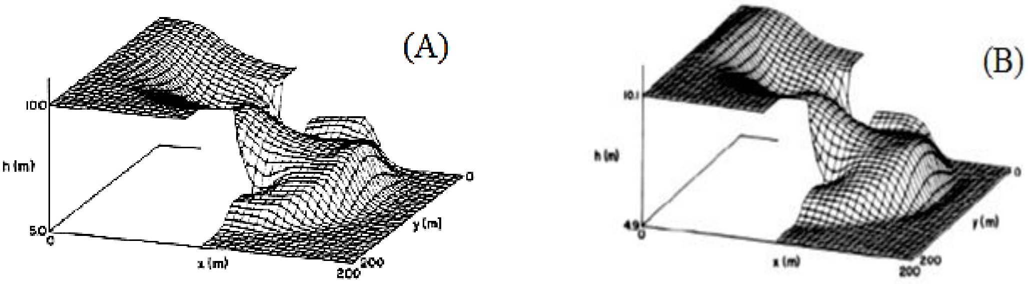
شکل(۷): پلان دو بعدی مخزن برای مسئله شکست سد دو بعدی



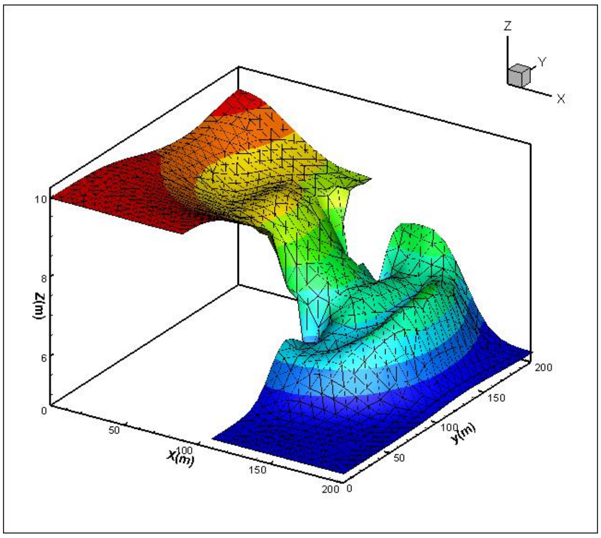
شکل (۸): پروفیل سطح آب مربوط به شرایط اولیه برای مسئله شکست سد دو بعدی

به منظور صحت سنجی مدل از نتایج دو روش مک کورمک و گابوتی که توسط چدری (۲۰۰۸) ارائه شده است، استفاده گردید. نتایج حاصل از روش‌های مک کورمک و گابوتی و همچنین مدل حاضر برای شبیه سازی پروفیل سطح آب، ۷/۵ ثانیه پس از شکست سد در شکل‌های زیر آورده شده است

.

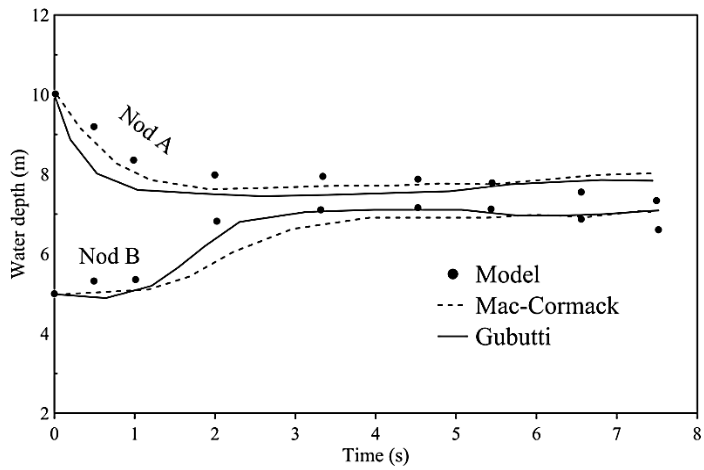


شکل (۹):پروفیل شبیه سازی سطح آب به روش A) مک کورمک، B) گابوتی ۷/۵ ثانیه پس از شکست سد



شکل (۱۰): پروفیل شبیه سازی سطح آب به استفاده از مدل حاضر ۷/۵ ثانیه پس از شکست سد

به منظور صحت سنجی و مقایسه سه روش عددی، هیدروگراف عمق ناشی از شکست سد در دو نقطه A با مختصات (۱۰۰و۹۰) در بالادست سد و نقطه B با مختصات (۱۰۰و۱۱۰) واقع در پایین دست سد به دست آورده شد و در شکل زیر آورده شده است.



شکل (۱۱): هیدروگراف عمق در گره‌های A و B برای شماهای مک کورمک، گابوتی و تنصیف زمان (مدل عددی)

برای ارزیابی مدل عددی تحقیق حاضر با شماهای مک کورمک و گابوتی، پارامترهای آماری برای گرههای A و B مطابق معادلات (۵۴-۵۲) محاسبه و در جدول زیر آورده شده است.

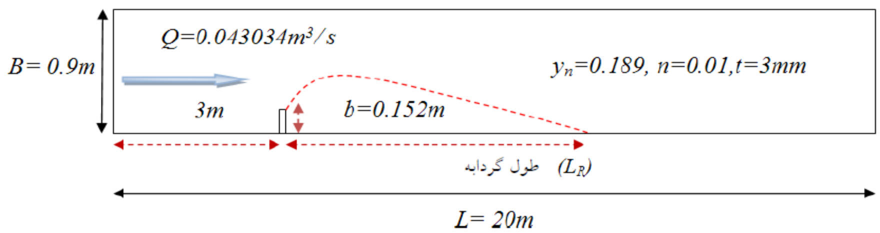
جدول(۱): پارامترهای آماری برای ارزیابی مدل عددی حاضر با شماهای عددی مک کورمک و گابوتی در مسئله شکست سد دو بعدی

نقطه	مقایسه با روش	R^2	RMSE	MAE
A	Mac-Cormack	۰/۸۱۶	۰/۳۶۹	۰/۳۱۳
A	Gabutti	۰/۶۲۴	۰/۵۳۱	۰/۴۲۶
B	Mac-Cormack	۰/۷۸۲	۰/۳۰۷	۰/۲۵۸
B	Gabutti	۰/۹۴۵	۰/۲۱۴	۰/۱۶۰

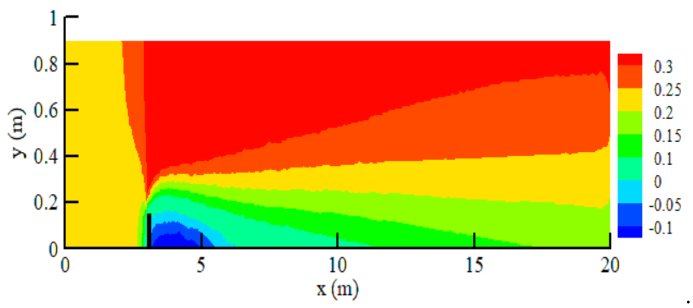
مطابق نتایج بدست آمده از پارامترهای آماری به منظور صحت سنجی مدل عددی تحقیق حاضر می‌توان نتیجه گرفت که مدل عددی از دقت بالایی برخوردار می‌باشد.

جریان اطراف آبشکن

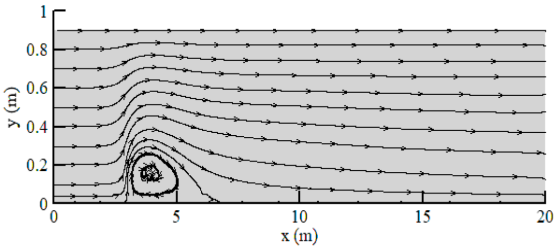
مدل آزمایشگاهی راجاراتنام و نواچکو (۱۹۸۳) شامل یک کانال مستقیم به طول ۲۰ متر و عرض ۰/۹ متر می‌باشد. یک آبشکن به طول ۰/۱۵۲ متر و ضخامت ۳ میلی‌متر در موقعیت ۳ متری از ورودی کانال تعبیه گردیده است. ضریب زبری مانینگ در این کانال ۰/۰۱ می‌باشد. عمق جریان و دبی عبوری از کانال به ترتیب برابر با ۰/۱۸۹ متر و ۰/۰۴۳۰۳ متر مکعب بر ثانیه است. در شکل (۱۲) مشخصات هندسی و هیدرولیکی مدل آزمایشگاهی راجاراتنام و نواچکو نشان داده شده است. به منظور شبیه سازی شار سرعت در مرز بالادست از مقدار صفر تا ۰/۰۴۳۰۳ متر مربع بر ثانیه در گام زمانی مختلف افزایش داده می‌شود و در مرز پایین دست تراز سطح آب ثابت و برابر ۰/۱۸۹ لحاظ می‌گردد. شکل (۱۳) و (۱۴) به ترتیب توزیع سرعت و میدان جریان شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی در اطراف آبشکن را نیز نشان می‌دهد.



شکل(۱۲):مشخصات هندسی و هیدرولیکی مدل آزمایشگاهی راجاراتنام و نواچکو

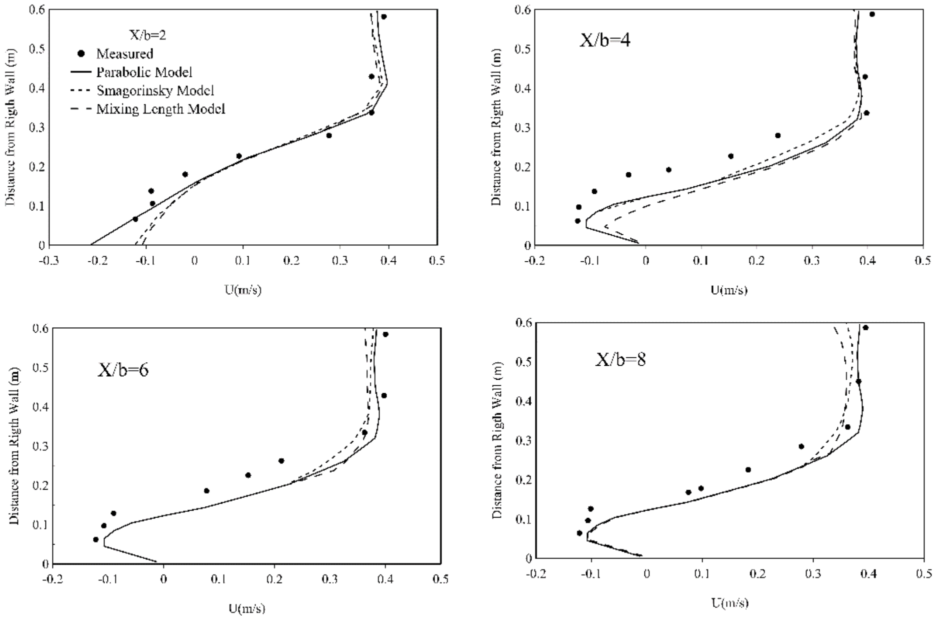


شکل(۱۳): توزیع سرعت در اطراف آبشکن در مدل عددی



شکل(۱۴): میدان جریان اطراف آبشکن در مدل عددی

به منظور بررسی دقیق‌تر مدل عددی، در شکل (۱۵) پروفیل سرعت در ۴ مقطع عرضی بعد از آبشکن برای مدل عددی و داده‌های آزمایشگاهی در مقاطع X/b = 2، X/b = 4، X/b = 6 و X/b = 8 آورده شده است، همچنین جدول (۲) پارامترهای آماری مربوط به دقت مدل عددی را نشان می‌دهد.



شکل(۱۵):مقایسه‌ی سرعت‌های اندازه‌گیری شده و محاسبه شده در اطراف دیواره آبشکن

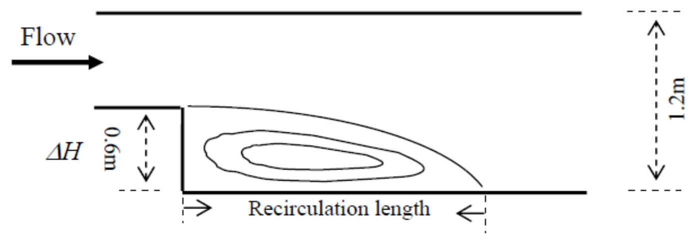
جدول(۲):پارامترهای آماری در شبیه سازی مدل‌های آشفتگی

	مدل محاسباتی											
	مدل پارابولیک				مدل اسماگورینسکی				مدل طول اختلاط پرانتل			
	x/b=2	x/b=4	x/b=6	x/b=8	x/b=2	x/b=2	x/b=4	x/b=6	x/b=2	x/b=4	x/b=6	x/b=8
RMSE	۸/۷۱	۱۱/۴۵	۱۰/۹۸	۹/۵۳	۸/۶۸	۱۱/۵۱	۱۱/۱۰	۹/۴۸	۸/۷۳	۱۱/۶۰	۱۱/۱۶	۹/۸۳
MAE	۸/۰۲	۱۲/۶۸	۱۰/۷۸	۹/۴۳	۸/۳۳	۱۲/۷۲	۱۰/۷۳	۹/۲۲	۸/۵۲	۱۲/۹۳	۱۱/۱۴	۱۰/۰۸
R^2	۰/۷۶۰	۰/۸۱۰	۰/۷۹۸	۰/۸۱۰	۰/۸۶۸	۰/۸۹۳	۰/۸۱۷	۰/۷۹۵	۰/۸۷۴	۰/۸۶۱	۰/۸۲۶	۰/۷۹۸

جریان در باز شدگی ناگهانی کانال

مدل عددی با استفاده از کانال آزمایشگاهی اکسی (۱۹۹۴) با بازشدگی ناگهانی در عرض اعتبار سنجی گردید. داده‌های سرعت در این فلوم آزمایشگاهی در۴ مقطع از کانال اندازه-گیری شده است. بستر و دیواره‌های کانال از جنس بتن با ضریب زبری ۰/۰۱۳ می‌باشد. در شکل ۱۶ مشخصات هندسی و در جدول ۳ مشخصات هیدرولیکی مدل

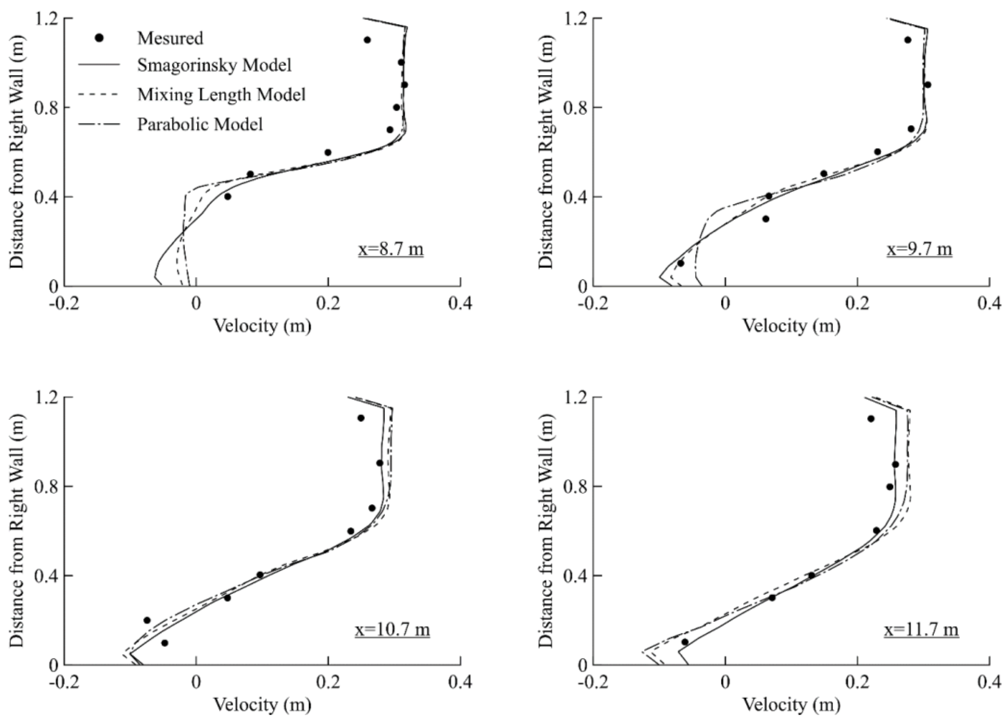
آزمایشگاهی اکسی نشان داده شده است. مدل آزمایشگاهی توسط مدل عددی شبیه سازی شد و شکل (۱۷) متوسط سرعت عمقی مشاهداتی و محاسباتی نسبت به دیواره سمت راست را نشان می‌دهد.



شکل(۱۶):شماتیک الگوی جریان و بازشدگی ناگهانی کانال

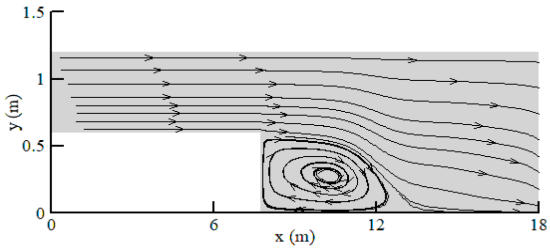
جدول(۳): مشخصات هیدرولیکی مدل آزمایشگاهی اکسی(۱۹۹۴)

طول ناحیه‌ی چرخشی (L_R)	سرعت جریان (m/s)	شیب کانال	عمق جریان (m)	عرض کانال (m)	دبی جریان (m^3/s)
۴/۶	۰/۶	۰/۰۰۱	۰/۱۰۵	۱/۲	۰/۰۳۸۵۴



شکل(۱۷): تغییرات سرعت در مقابل عمق آب در نقاط مختلف

همانطور که از شکل (۱۷) مشهود است در ناحیه متلاطم نتایج به دست آمده از مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی اندکی اختلاف داشته که می‌توان علت این موضوع را استفاده از مدل‌های صفر معادله‌ای بکار رفته برای مدل آشفتگی جریان دانست. با دور شدن از این ناحیه مذکور، نتایج مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی تطابق خوبی پیدا می‌کند. شکل (۱۸) میدان جریان محاسبه شده توسط مدل عددی را نشان می‌دهد. همچنین در جدول (۴) پارامتر آماری مربوط به دقت مدل عددی برای شبیه‌سازی متوسط سرعت عمقی آورده شده است.



شکل (۱۸): میدان جریان محاسبه شده توسط مدل عددی

جدول (۴): برآورد میزان خطای مدل در بازشدگی ناگهانی

نقطه	R^2	RMSE	MAE
x=7.7	۰/۷۸۲۴	۰/۱۵۶۳	۰/۱۰۶۲
X=8.7	۰/۹۳۶۲	۰/۰۲۱۴۵	۰/۰۴۷۷
X=9.7	۰/۹۲۱۶	۰/۰۲۴۸	۰/۰۴۴۵
X=10.7	۰/۹۸۴۱	۰/۰۱۸۴	۰/۰۲۲۳۲
X=11.7	۰/۹۷۳۲	۰/۰۱۹۷	۰/۰۲۴۰۵
X=12.7	۰/۹۸۰۹	۰/۰۲۱۱	۰/۰۱۰۹۴

همچنین با توجه به مقادیر گزارش داده شده براساس آزمایشات اکسی (۱۹۹۴) در جدول ۳، طول ناحیه‌ی چرخشی (L_R) بدست آمده برای دبی ۰/۰۳۸۵۴ متر مکعب بر ثانیه برابر است با ۶ که دارای دقت بالایی نسبت به مقادیر گزارش شده می‌باشد.

نتیجه گیری

در این پژوهش در ابتدا با استفاده از روش حجم محدود به تهیه مدل عددی دو بعدی جریان پرداخته شد. بدین منظور با استفاده از شمای تنصیف زمان در محیط برنامه نویسی فرترن، ترم‌های مختلف معادلات حاکم بر جریان جداسازی و مورد بررسی و حل قرار داده شد. در واقع در این روش معادلات از حالت پیچیده خود به چند زیر معادله تبدیل شده که قابل حل باشند و خروجی هر بخش بعنوان ورودی برای بخش دیگر در نظر گرفته شد. بعد از جداسازی و حل معادلات حاکم بر جریان در محیط برنامه نویسی، آن را به صورت سابروتین درآورده و صحت سنجی‌های مربوط به آن در حالت دو بعدی با داده‌های مشاهداتی مربوط به شکست سد، کانال آزمایشگاهی دارای آبشکن راجاراتنام و نواچکو (۱۹۸۳) و کانال آزمایشگاهی اکسی (۱۹۹۴) با بازشدگی ناگهانی در عرض انجام گرفت و نتایج حاکی از دقت بالای مدل عددی در شبیه‌سازی‌های مربوطه بوده است.

منابع

Abbott, Michael B., Basco. D. 1989. Computational Fluid Mechanics. An Introduction for Engineers, Longman. ISBN: 9780582013650. Publisger, Longman Scientific & Technical. https://books.google.com/books?id=GqYeAQAAIAAJ.

Anastasiou, K., Chan, CT. 1997. Solution of the 2D shallow water equations using the finite volume method on unstructured triangular meshes. Int J Numer Methods Fluids; 24:1225–45.

Baird, D., Abban, B., Michael Scurlock, S., Abt, B., Thornton, I. 2021.Two- Dimensional Numerical Modeling of Flow in Physical Models of Rock Vane and Bendway Weir Configurations. Water. 13(4), 458. https://doi.org/10.3390/w13040458.

Chan, CT., Anastasiou, K. 1999. Solution of incompressible flows with or without a free surface using the finite volume method on unstructured triangular meshes. Int J Numer Methods Fluids 1999; 29:35–57.

De Azevedo, L. G. T., Gates, T. K., Fontane, D. G., Labadie, J. W. and Porto, R. L. 2000. Integration of water quantity and quality in strategic river basin planning. Journal of Water Resources Planning and Management, 126(2), pp. 85–97. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9496(2000)126:2(85).

Fennema, RT. 1990. Chaudhry MH. Explicit methods for 2D transient free-surface flows. J Hydraul Eng ASCE. 116:1003–14.https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1990)116:8(1013).

Groosi, F., Cusicahua, A., Shademani, M., Shakibaeinia, A. 2022. Experimental and numerical investigations of dam break flow over dry and wet beds. International Journal of Mechanical Sciences. Volume 215. 106946. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106946.

Hou, J., Liang, Q., Zhang, H., Hinkelmann, R. 2015. An efficient unstructured MUSCL scheme for solving the 2D shallow water equations. Environmental Modeling & Software. Volume 66, pp.131-152. DOI:10.1016/j.envsoft.2014.12.007.

Jin, Y., Steffler, P. 1993. Depth-averged and moment equations for moderately shallow free surface flow, J. Hydraul. Res. 31(1), pp. 5-17. https://doi.org/10.1080/00221689309498856.

Kantoush, S., Bollaert, E., Schleiss, A. 2008. Experimental and numerical modelling of sedimentation in a rectangular shallow basin. International Journal of Sediment Research 23 (3) 212-232. https://doi.org/10.1016/S1001-6279(08)60020-7.

Namin, M., Lin, B, Falconer, R.A. 2004. Modelling estuarine and coastal flows using an unstructured triangular finite volume algorithm. Advances in Water Resources. 27 (12), PP. 1179–1197. https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2004.08.012.

Nujic, M. 1995. Efficient implementation of non-oscillatory scheme for the computation of free-surface flows. J Hydraul Res. 33: 101–11. https://doi.org/10.1080/00221689509498687.

Papanicolaou, A.N., Elhakeem, M., Wardman, B. 2011. Calibration and verification of a 2D-hydrodynamic model for simulating flow around bendway weir structures. J. Hydraul. Eng. 137(1), pp.75–89. https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000280.

prandtl, L. 1926. Uber die ausgebildete turbulenz. Proceedings 2nd International Congress Applied Mechanics, Zurich, 12-17 September 1926, page 62.

Rajaratnam, N., Nwachukwu, B. A. 1983. Flow near groin-like structures. Journal of Hydraulic Engineering, 109(3), pp. 463–480. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1983)109:3(463).

Torabi, M., Hamedi, A., Alamatian, E., Zahabi, H. 2019. The Effect of Geometry Parameters and Flow Characteristics on Erosion and Sedimentation in Channel's Junction using Finite Volume Method. International Journal of Engineering and Management Research, Volume- 9, Issue- 2, April 2019, Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=3540873

Uddin, M. J., Hossain, M. M., Ali M. S. 2011. Local scour around submerged bell mouth groin for different orientations. Journal of Civil Engineering, 39(1), pp. 1–18.

Vaghefi, M., Ghodsian, M., Neyshabouri, S. A. A. S. 2012. Experimental study on scour around a T-shaped spur dike in a channel bend. Journal of Hydraulic Engineering, 138(5), pp. 471–474. https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000536.

Xie, B.L. 1994. Flow data measured in a channel with sudden expansion. Wuhan University, China, Private communication.

Yeo, H. K., Kang, J. G., Kim, S. J. 2005. An experimental study on tip velocity and downstream recirculation zone of single groynes of permeability change. KSCE Journal of Civil Engineering, 9(1), pp. 29–38. https://doi.org/10.1007/BF02829094.

Zhang, SQ., Ghidaoui, MS., Gray, WG. 2003. A kinetic flux vector splitting scheme for shallow water flows. Adv Water Resour. 26(6), pp.635–47. https://doi.org/10.1016/S0309-1708(03)00029-0.

Zhao, DH., Shen, HW., Lai, JS., Tabios, GQ. 1996. Approximate Riemann solvers in FVM for 2D hydraulic shock modelling. J Hydraul Eng ASCE.122:692–702. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1996)122:12(692).