

Research Paper

Application of Advanced Hidden Markov Model in Hourly Rainfall Simulation

Zeynab Afsharipour¹, Ali Salajegheh²¹, Behzad Moshiri³, Javad Bazrafshan⁴, Hamid rezaKeshtkar⁵

1. Phd student, Department of Reclamation of Arid and Mountainous Regions, Faculty of Natural Resources, University of Tehran,Iran. Z.afsharipour@ut.ac.ir
2. Professor, Department of Reclamation of Arid and Mountainous Regions, Faculty of Natural Resources, University of Tehran,Iran. salajegh@ut.ac.ir
3. Professor, School of Elec. & Comp. Engineering, College of Engineering, University of Tehran,Iran. moshiri@ut.ac.ir
4. Lecturer, Department of Water Resources, Faculty of Agriculture, , University of Tehran,Iran. jbazr@ut.ac.ir
5. Assistant professor, Department of Reclamation of Arid and Mountainous Regions, Faculty of Natural Resources, University of Tehran,Iran. hkeshtkar@ut.ac.ir



10.22125/iwe.2025.508700.1866

Received:
March 4, 2025
Accepted:
May 18, 2025
Available online:
August 4, 2025

Keywords:
Bayesian, hidden Markov model, posterior predictive, predictive uncertainty, rainfall

Abstract

Artificial rainfall simulations by using stochastic models provide a wider range of potential meteorological scenarios compared to historical observational data, enabling a more comprehensive assessment of potential water resource challenges. The hidden Markov model framework for simulating hourly rainfall is capable to capture essential characteristics of daily precipitation, including dry periods and droughts, seasonal and temporal variations in occurrence and intensity, as well as tendencies towards extreme values. This model incorporates several innovations compared to conventional methods, including three (Dry, Wet& Wetter) and clone states for dry periods and temporal non-homogeneity in the transition matrix. It is set up in a Bayesian framework that allows for quantification of parametric and predictive uncertainty, allowing for full model evaluation through posterior predictive analyses. For this research, eight years of hourly rainfall data (from 2015 to 2022) from the Amir Kabir station in Alborz province were utilized. The results of the model are interpretable and allow for the examination of seasonal and annual variations in hourly rainfall occurrence and intensity. Considering the various complex aspects of rainfall patterns at an hourly time scale, this model can serve as a valuable tool for meteorologists, hydrologists, and water resource planners.

¹ **Corresponding Author:** Ali Salajegheh

Email: salajegh@ut.ac.ir

Address:Department of Reclamation of Arid and Mountainous Regions, Faculty of Natural Resources, University of Tehran,Iran.

1. Introduction

Hydrological models play an important role in managing water resources, reducing damages which are caused by floods and environmental problems. These models are usually used to test the reaction of the hydrological system for designing storm surges, but using these models have limitations in recording the important features of the system. To solve this problem, using the long-term time series of rainfall which are caused by random models in these techniques is necessary. Precipitation modeling is a challenge because its natural variability in seasonal structures or long-term trends is more than other meteorological variables. Hidden Markov model is widely used to determine the temporal structure in the occurrence and intensity of precipitation. This model includes a hidden and invisible quantity that will change during discrete times and fluctuates among a limited number of values and dry and wet states. But hidden Markov models are faced with problems and this issue leads to the development of advanced Markov models. This model is able to overcome the limitations of the basic hidden Markov model to some extent. The main features of this model are as follows: 1- Recording time changes in the occurrence and intensity of rainfall: daily changes (different hours of the day), seasonal changes and time changes (over longer periods)

2 - Recording long dry periods

3- Recording extreme values

By measuring the hourly rainfall data and by using the Posterior prediction model, performance of the proposed model and by considering these three features is investigated in general.

2. Materials and methods

A basic Markov model has challenges to record the complete distribution of rainfall and a discrete combination of rainfall intensity states (dry, wet and very wet) can be used to solve this challenge. Dry period is defined as a period of zero or very little rainfall, and the wet period is defined as a non-zero period. These three states, dry, wet and very wet, are used to describe the distribution of rainfall to including time dependence in the model. This temporal structure is parameterized through the transfer matrix, then, the conditional model is specified, which includes a Bernoulli quantity that indicates the occurrence of precipitation, and also the conditional model has an absolute positive value that indicates the intensity of precipitation depending on its occurrence. It is difficult to choose a distribution for precipitation intensity due to the high number of observations. To solve this problem, an advanced hidden Markov model is used. This model has high flexibility for dry periods and can record time stability and extreme rainfall events. The implementation of this model includes three main parts that are given below: 1- Cloning states and inhomogeneity 2- Creating a conditional precipitation

model 3- Implementation of the previous model and distributions. Here, 8 years of hourly rainfall observation data from Amir Kabir station located on the Karaj Dam were used to implement the model.

3. Results

The advanced hidden Markov model includes several innovations compared to the basic Markov models, such as: considering dry states for drought periods and considering time heterogeneity in the transfer matrix. Using different marginal distributions for each state and considering splines and random effects for each state in all parameters of the conditional model are other advantages of this model compared to basic hidden Markov models. The advanced hidden Markov model is able to take into account all the necessary features including: seasonal changes in the occurrence and intensity of precipitation, long dry periods and threshold values. According to the mentioned capabilities, the model can be a useful tool for meteorologists, hydrologists and water resource planners, because it considers different and complex aspects of rainfall patterns on an hourly time scale.,

4. Discussion and Conclusion

In this research, the advanced hidden Markov model which developed by Stoner and Economou in 2020, was used to simulate the hourly rainfall of Amir Kabir station located on the Karaj Dam. By placing the model in a Bayesian framework, the model allows for a quantification of parametric and predictive uncertainty, which

means that posterior prediction checks can be used to verify that the model captures important features of the data. Moreover, its application on hourly precipitation data shows the applicability of the model in situations with high (temporal) resolution. In a study, Dawkins et al (2022) used an advanced hidden Markov model to simulate daily precipitation at the Angeline station in England, and their results are consistent with the present study. The use of this model may not have enough flexibility in different climates. To solve this problem, we can use more wet conditions and alternative conditional distribution. In general, the results of this research are consistent with the research of Stoner & Economou, (2020), which simulated the hourly rainfall at the Exeter station in England with the development of the hidden Markov model to the advanced hidden Marmov model.

Discussion and Conclusion

2. Six important references

- 1) Chandler, R. E., Isham, V. S., Northrop, P. J., Wheeler, H. S., Onof, C. J., & Leith, N. A. (2014). Uncertainty in rainfall inputs. *Applied Uncertainty Analysis for Flood Risk Management*, edited by: Beven, KJ and Hall, JW, Imperial College Press: London, 101-152.
- 2) Dawkins, L. C., Osborne, J. M., Economou, T., Darch, G. J., & Stoner, O. R. (2022). The advanced meteorology explorer: a novel stochastic, gridded daily rainfall generator. *Journal of Hydrology*, 607, 127478.
- 3) de Valpine, P., Turek, D., Paciorek, C. J., Anderson-Bergman, C., Lang, D. T., & Bodik, R. (2017). Programming with models: writing statistical algorithms for general model structures with NIMBLE. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 26(2), 403-413.
- 4) Scott, S. L. (2002). Bayesian methods for hidden Markov models: Recursive computing in the 21st century. *Journal of the American statistical Association*, 97(457), 337-351.
- 5) Stoner, O., & Economou, T. (2020). An advanced hidden Markov model for hourly rainfall time series. *Computational Statistics & Data Analysis*, 152, 107045.
- 6) Team, R. C. (2019). RA language and environment for statistical computing, R Foundation for Statistical. *Computing*.

Conflict of Interest

Authors declared no conflict of interest.

Acknowledgments

We are grateful to

کاربرد مدل مارکوف پنهان پیشرفته در شبیه سازی بارندگی ساعتی

زینب افشاری پور^۱، علی سلاجقه^۲، بهزاد مشیری^۳، جواد بذرافشان^۴، حمیدرضا کشتکار^۵

تاریخ ارسال: ۱۴۰۳/۱۲/۱۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۲/۲۸

مقاله پژوهشی

چکیده

شبیه سازی بارش مصنوعی با استفاده از مدل های استوکاستیک به دلیل داشتن طیف گسترده تری از سناریوهای هواشناسی محتمل نسبت به آنچه در تاریخچه داده های مشاهداتی است، این امکان را فراهم می کند که چالش های احتمالی منابع آب به طور جامع تری ارزیابی شوند. چارچوب مدل مارکوف پنهان جهت شبیه سازی بارندگی ساعتی قادر است ویژگی های مهم بارش روزانه از جمله دوره های خشک و خشکسالی، تغییرات فصلی و زمانی در وقوع و شدت بارش و میل به مقادیر حدی را ثبت کند. مدل نوآوری های متعددی را در مقایسه با روش های مرسوم دارد که این موارد شامل سه حالت (خشک، مرطوب و خیلی مرطوب) و کلون برای دوره های خشک و عدم همگنی زمانی در ماتریس انتقال است. این مدل در چارچوب بیزی تنظیم شده است که باعث کمی سازی عدم قطعیت پارامتری و پیش بینی می شود که بررسی کامل مدل از طریق تحلیل های پیش بینی پسین امکان پذیر است. جهت انجام این تحقیق از ۸ سال داده های بارندگی ساعتی (۱۴۰۰-۱۳۹۳) ایستگاه سد امیر کبیر در استان البرز استفاده شده است. نتایج مدل قابل تفسیر می باشد و امکان بررسی تغییرات فصلی و سالانه در وقوع و شدت بارندگی ساعتی را فراهم می کند. با توجه به در نظر گرفتن جنبه های مختلف و پیچیده الگوهای بارندگی در مقیاس زمانی ساعتی، این مدل می تواند ابزار مفیدی برای هواشناسان، هیدرولوژیست ها و برنامه ریزان منابع آب باشد.

واژه های کلیدی: بارش، بیزی، پیش بینی پسین، عدم قطعیت، مدل مارکوف پنهان

^۱ دانشجوی دکتری، گروه احیاء مناطق خشک و کوهستانی، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه تهران، ایران. Z.afsharipour@ut.ac.ir

^۲ استاد، گروه احیاء مناطق خشک و کوهستانی، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه تهران، ایران. salajegh@ut.ac.ir

^۳ استاد، گروه مهندسی الکترونیک و کامپیوتر، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تهران، ایران. moshiri@ut.ac.ir

^۴ دانشیار، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تهران، ایران. jbazer@ut.ac.ir

^۵ استادیار، گروه احیاء مناطق خشک و کوهستانی، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه تهران، ایران. hkeshtkar@ut.ac.ir

مقدمه

مدلهای حوزه آبخیز در بررسی طیف وسیعی از مشکلات محیط زیستی و منابع آبی شامل برنامه ریزی منابع آب، توسعه، طراحی، بهره برداری و مدیریت به عنوان ابزار اصلی استفاده می‌شوند سلاجقه و خسروی (۱۳۹۳). از جمله آنها مدل‌های هیدرولوژیکی سیلاب است که نقش مهمی در کاهش خسارات ناشی از سیل بوسیله آگاه کردن برنامه‌ریزی سیستم‌های دفاعی و زه‌کشی جدید و همچنین تلفیق با سیستم‌های هشدار سیل ایفا می‌کنند. به طور معمول مدل‌های هیدرولوژیکی جهت آزمایش واکنش سیستم هیدرولوژیکی برای طراحی رگبارها به کار می‌روند، که برای نشان دادن یک سناریوی مختلف بارندگی در نظر گرفته می‌شوند

Stoner & Economou (2020). با این حال این رویکرد محدود است، زیرا رگبار طراحی ممکن است در ثبت ویژگی‌های مهم عملکرد سیستم با شکست مواجه شود. از طرفی تمرکز بر پاسخ سیستم به یک رویداد منفرد ممکن است ناکافی باشد، زیرا خطر سیل ناشی از یک واقعه رگبار به شرایط پیشین حوضه بستگی دارد. به همین دلیل در مدل‌های هیدرولوژیکی باید از سری‌های زمانی طولانی مدت بارندگی ناشی از مدل‌های تصادفی / احتمالی به عنوان ورودی استفاده شود، تا اثرات شدت بارندگی در طول رخداد طوفان و شرایط پیشین در نظر گرفته شود (Chandler et al (2014). در حالی که سری‌های زمانی بارش روزانه ممکن است به عنوان ورودی برای مدل‌سازی سیل در حوضه‌های روستایی مناسب باشد، برای حوضه‌های شهری یک تفکیک زمانی بالاتر لازم است چون پاسخ سیستم هیدرولوژیکی ممکن است در مقیاس زمانی کوتاه‌تر توسعه یابد. این امر به توسعه مدل‌های سری‌های

زمانی بارندگی ساعتی منجر می‌شود Sgond et al (2007). مدل‌سازی بارندگی چالش برانگیز است، زیرا تغییرپذیری طبیعی آن می‌تواند بر هر ساختار فصلی یا روندهای زمانی بلندمدت، از سایر متغیرهای هواشناسی مانند دما و باد بیشتر باشد. به همین دلیل ثبت کامل توزیع مقادیر بارندگی ضروری است که کار نسبتاً سختی است Chandler et al (2014). شدت و وقوع بارندگی می‌تواند بسته به فصل، تغییرات قابل توجهی داشته باشد از این رو باید دقت شود که شبیه‌سازی‌های مدل به درستی زمان سال را منعکس کنند تا تغییرات فصلی را به خوبی نشان دهند. این چالش‌ها نشان می‌دهد که مدل‌سازی دقیق بارندگی نیازمند در نظر گرفتن عوامل متعددی از جمله دوره‌های خشک طولانی، مقادیر حدی، و تغییرات فصلی است. مدل‌های مارکوف پنهان (Hidden Markov Model) به طور گسترده‌ای برای داده‌های بارش استفاده می‌شوند تا ساختارهای زمانی در وقوع و شدت بارش را مشخص کنند. در این مدل‌ها، یک کمیت پنهان و غیرقابل مشاهده z_t در طول زمان‌های گسسته تغییر می‌کند و بین تعداد محدودی از مقادیر یا حالت‌ها $z_t \in \{S_1, \dots, S_Z\}$ نوسان می‌کند. این متغیر z_t یک زنجیره مارکوف گسسته است که تحول آن در طول زمان به صورت تصادفی و تحت تأثیر یک ماتریس انتقال P از احتمال‌ها است. حالت خاصی که متغیر پنهان در یک زمان مشخص دارد، بر پارامترهای مدل شرطی برای کمیت مشهود تأثیر می‌گذارد، که در مورد بارش به مدل‌های وقوع و شدت مربوط می‌شود. مدل‌های مارکوف پنهان برای بارش مفید هستند زیرا می‌توانند رفتار زمانی آن را از طریق ساختار زنجیره مارکوف پنهان ثبت کنند، بدون اینکه نیاز باشد ساختارهای اقلیمی مانند ورود جبهه‌های جوی یا سایر



این سه ویژگی بررسی می‌شود. در زمینه‌ی مدل مارکوف پنهان پژوهش‌هایی انجام شده است که به اختصار به چند مورد آنها در زیر اشاره می‌شود.

در پژوهشی (Stoner&Economou, 2020) به طراحی مدل مارکوف پنهان پیشرفته سری زمانی ساعتی پرداختند. برای نشان دادن کارایی این مدل، از یک مدل نسبتاً ساده متشکل از ۳ وضعیت حالت خشک و ۲ حالت مرطوب برای یک سری زمانی ۸ ساله از مقادیر ساعتی ایستگاه باران سنجی در شهر اکستر انگلستان استفاده شد. نتایج نشان داد که این مدل قادر است تا توزیع طول دوره خشک، تغییرات فصلی و سالانه در وقوع و شدت (شامل مقادیر حدی) و توزیع شدت در زمان‌های روزانه و ماهانه را به خوبی بدست آورد.

در تحقیقی (Dawkins et al, 2022) چارچوب جدید مدل‌سازی تصادفی بارندگی (جستجوگر هواشناسی پیشرفته) را ارائه کردند. این چارچوب امکان شبیه‌سازی داده‌های بارش روزانه مصنوعی با ثبات فیزیکی را فراهم می‌کند که به صورت منسجم در فضا و زمان روی یک شبکه با قدرت تفکیک بالا در منطقه مورد نظر است. از یک ساختار مدل مارکوف پنهان پیشرفته در چارچوب سلسله مراتبی بیزی برای نمایش بارندگی روزانه در مجموعه‌ای از مکان‌ها در یک منطقه، مشروط بر محرک‌های اقلیمی مهم استفاده کردند. وابستگی بین مکان‌ها با استفاده از یک رویکرد انعطاف‌پذیر کوپلا (Copula) مدل‌سازی شد که قادر به ثبت ساختارهای وابستگی مختلف درون داده‌ها است و امکان شبیه‌سازی منسجم مکانی فراهم می‌کند. سپس شبیه‌سازی‌ها با استفاده از روش درونیابی وزنی با فاصله معکوس تعدیل شده زمین به شبکه قدرت تفکیک بالا تبدیل می‌شوند. در این چارچوب ۱۰۵ سال داده‌های بارندگی روزانه ۳۹ ایستگاه در منطقه آنجلین بریتانیا به کار گرفته شده است. این چارچوب قابلیت استفاده در سایر

فرآیندهای فیزیکی به‌طور صریح گنجانده شوند. با این حال، مدل‌های مارکوف پنهان متعارف برای بارش معمولاً با مشکلاتی مواجه هستند، مانند برآورد ناکافی از طول دوره‌های خشک طولانی. اما انعطاف‌پذیری آنها به‌عنوان یک چارچوب، که امکان مشخص کردن تقریباً هر مدل شرطی برای وقوع و شدت را فراهم می‌کند، می‌تواند به حل این مسائل از طریق تعدادی از گسترش‌ها کمک کند (Stoner&Economou, 2020). این ایده منجر به توسعه روشی برای مدل‌سازی داده‌های بارش شده است که قادر به ثبت تمام ویژگی‌های کلیدی سری‌های زمانی بارش ساعتی است که در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این تحقیق یک مدل مارکوف پنهان انعطاف‌پذیر برای بررسی بارندگی در مقیاس زمانی ساعتی پیشنهاد شده است. این مدل براساس حالت‌های پنهان مارکوف پیشرفته است و قادر به ثبت ویژگی‌های کلیدی بارندگی در این مقیاس زمانی است. ویژگی‌های اصلی این مدل به شرح زیر است:

۱. ثبت تغییرات زمانی در وقوع و شدت بارندگی: تغییرات روزانه (ساعات مختلف روز)، تغییرات فصلی و تغییرات زمانی (در طول دوره‌های طولانی‌تر)
۲. ثبت دوره‌های خشک طولانی
۳. ثبت مقادیر حدی

این مدل با توجه به قابلیت‌های ذکر شده، می‌تواند ابزار مفیدی برای هواشناسان، هیدرولوژیست‌ها و برنامه‌ریزان منابع آب باشد، زیرا جنبه‌های مختلف و پیچیده الگوهای بارندگی را در مقیاس زمانی ساعتی در نظر می‌گیرد. با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری ساعتی بارش و با استفاده از مدل پیش‌بینی پسین، چگونگی عملکرد مدل پیشنهادی در حالت کلی و به‌طور خاص با در نظر گرفتن

تصاویر ماهواره‌ای از مناطق سیل‌زده به کار می‌رود. نتایج نشان داد که استفاده از این مدل می‌تواند به بهبود دقت و سرعت نقشه‌برداری سیل کمک کند و اطلاعات ارزشمندی را برای مدیریت بحران و کاهش خطرات سیل فراهم آورد. هدف از انجام این تحقیق شبیه‌سازی بارندگی ساعتی ایستگاه امیر کبیر واقع بر روی سد کرج با استفاده از یک مدل مارکوف پنهان پیشرفته است. این شبیه‌سازی‌های تصادفی است که دامنه وسیع‌تری از سناریوهای جوی محتمل را نسبت به آنچه در سوابق تاریخی مشاهده شده است، به تصویر می‌کشد و به این ترتیب امکان کمی‌سازی جامع‌تری از چالش‌های ممکن در منابع آب را فراهم می‌آورند. شبیه‌سازی‌های بارش تصادفی به طور معمول برای بررسی دامنه‌ای از رفتارهای خشکسالی طولانی‌مدت استفاده می‌شوند، زیرا مشخص شده است که این رفتارها تأثیر زیادی بر مدیریت منابع آب در مناطق خشک دارند.

مواد و روش‌ها

برای تعریف یک مدل مارکوف پنهان پایه و عمومی برای بارش، می‌توان به چالش‌های مربوط به ثبت توزیع کامل بارش (شامل دنباله‌ها و حجم) اشاره کرد. یکی از روش‌های مؤثر برای انجام این کار، استفاده از یک ترکیب گسسته از سه توزیع مختلف است که می‌تواند به عنوان حالت‌های شدت بارش (خشک، مرطوب و خیلی مرطوب) تعبیر شود. در اینجا "خشک" به عنوان یک دوره صفر یا خیلی کم بارندگی تعریف می‌شود و "مرطوب" به عنوان دوره‌ای از بارندگی غیر صفر است. یک کمیت تصادفی گسسته $z_t \in \{1, 2, 3\}$ برای توصیف توزیع x_t بارندگی به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$p(x_t) = \sum_{j=1}^3 \mathbb{1}(z_t = j) p(x_t | z_t) \quad (1) \text{ رابطه}$$

که در آن $\mathbb{1}$ تابع هویت و $p(x_t | z_t)$ توزیع شرطی x_t بارندگی برای هر حالت z_t است. مدل‌های مارکوف پنهان به دلیل فرض اینکه z_t یک زنجیره مارکوف گسسته غیرقابل مشاهده است، اجازه می‌دهند تا وابستگی‌های

مناطق، گنجانیدن متغیرهای آب و هوایی اضافی و تاثیر تغییر اقلیم را دارد که شبیه‌سازی‌های حاصل را می‌توان برای ارزیابی ریسک محیط زیستی در هر صنعت تحت تاثیر بارندگی به کار برد. در پژوهشی (2020) Ramadhan&Devianto از مدل

مارکوف پنهان برای پیش‌بینی در دسترس بودن داده‌های بارندگی در ایستگاه هواشناسی سوماترای غربی استفاده کردند. نتایج نشان داد که مدل مارکوف پنهان روش مناسبی برای پیش‌بینی احتمال در دسترس بودن داده‌های بارندگی است. بالاترین احتمال در دسترس بودن داده‌های بارندگی برای یک روز آینده در ایستگاه اقلیم شناسی پادانگ پاریمان با احتمال ۰/۳۶ و بعد از آن ایستگاه هواشناسی مینانگ کابائو با احتمال ۰/۳۵ و ایستگاه ژئوفیزیک سیلانگ باوا با احتمال ۰/۲۹ قرار دارند. در تحقیقی Guo et al (2022) از یک مدل مارکوف پنهان ناهمگن برای پیش‌بینی افزایش بارندگی تابستانی در آینده در مناطق میانی و پایین دست حوضه رودخانه یانگتس با استفاده از داده‌های بارندگی گذشته و متغیرهای اقلیمی مانند دمای سطح دریا استفاده کردند. نتایج نشان داد که مدل مارکوف پنهان ناهمگن می‌تواند برای پیش‌بینی الگوهای بارندگی در حوضه رودخانه یانگتسه استفاده شود. پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد که بارندگی تابستانی در مناطق میانی و پایین دست حوضه رودخانه یانگتسه در آینده افزایش خواهد یافت که منجر به خطر سیل در این مناطق می‌شود. نتایج این مطالعه می‌تواند برای مدیریت منابع آب و برنامه‌ریزی برای کاهش خطرات سیل در آینده مفید

باشد. در تحقیقی Xie et al (2018) از مدل درخت مارکوف مخفی جغرافیایی برای نقشه‌برداری وسعت سیل استفاده کردند. این مدل ترکیبی از مدل مارکوف پنهان و ساختار درختی است که برای تحلیل داده‌های مکانی مانند



محاسباتی بالایی دارند. اغلب یک حد بالا بر روی توزیع زمان پایداری قبل از برآزش مدل اعمال می‌شود تا اطمینان حاصل شود که محاسبات قابل انجام است. با این حال، این بیانیه قوی درباره توزیع پایداری می‌تواند منجر به برآوردهای نادرست پارامترها شود. اگرچه این مشکل می‌تواند با ایجاد محدودیت تطبیقی در فرآیند پیاده‌سازی برطرف شود، اما این روش هنوز از نظر محاسباتی پیچیده‌تر از مدهای مارکوف پنهان پایه است Economou et al (2014). پس از انتخاب ساختار زمانی مناسب، باید مدل بارش شرطی مشخص شود. معمولاً شامل ترکیبی از یک کمیت برنولی است که وقوع بارش را نشان می‌دهد و یک کمیت مثبت مطلق که شدت بارش را مشروط بر وقوع آن نشان می‌دهد. انتخاب توزیع برای شدت بارش به دلیل وجود مشاهدات بسیار بالا دشوار است. در پاسخ به این چالش‌ها، یک چارچوب مبتنی بر مدل مارکوف پنهان پیشرفته که به اندازه کافی انعطاف‌پذیر است تا هم پایداری زمانی و هم رویدادهای شدید بارش را به طور مؤثر ثبت کند، در حالی که قابلیت تفسیر آن نیز حفظ شود ارائه شده است. این چارچوب جدید شامل ویژگی‌هایی است که امکان ادغام پایداری زمانی و رفتار مقادیر شدید را فراهم می‌آورد. با استفاده از این مدل، می‌توان پیش‌بینی‌های دقیق‌تری از الگوهای بارش به دست آورد و درک بهتری از پویایی بارش ارائه داد Stoner & Economou (2020).

عدم همگنی و کلون سازی حالات

مدل مارکوف پنهان می‌تواند برای شبیه‌سازی و تحلیل الگوهای بارش با استفاده از سه حالت اصلی طراحی شود. در این مدل، یک حالت به دوره‌های خشک اختصاص داده می‌شود، در حالی که دو حالت دیگر به دوره‌های مرطوب مربوط می‌شوند. این دو

زمانی در مدل گنجانده شود. این ساختار زمانی از طریق انتقال پارامترسازی می‌شود، که در آن $P = \{p_{i,j}\}$ پارامترسازی می‌شود، که در آن $p_{i,j} = \Pr(Z_t=j | Z_{t-1}=i)$ این ماتریس انتقال معمولاً همگن در نظر گرفته می‌شود، به این معنی که انتقال بین حالات در مدل مارکوف پنهان ثابت و غیرقابل تغییر با زمان است. اما این فرض نمی‌تواند تأثیر تغییرات فصلی یا متغیرهای اقلیمی بر ساختار زمانی بارش را در نظر بگیرد. برای غلبه بر این محدودیت، برخی مقالات مانند Meligkotsidou & Dellaportas (2011) و Antonello &

Roberto (2012) مدل‌های مارکوف پنهان غیرهمگن را معرفی کرده‌اند. در این مدل‌ها، متغیرهای اضافی برای توصیف پارامترهای ماتریس انتقال استفاده می‌شوند. این انعطاف‌پذیری اضافی می‌تواند برای لحاظ کردن ناهمگنی فصلی یا بلندمدت در ساختار زمانی بارش مورد استفاده قرار گیرد. مدل‌های مارکوف پنهان به دلیل محدودیت‌هایی که در توزیع طول دوره‌های خشک دارند، با چالش‌هایی مواجه هستند. در این مدل‌ها، تعداد زمان‌هایی که متغیر پنهان Z_t در یک حالت خاص باقی می‌ماند، به طور ضمنی توزیع هندسی دارد. از این رو اضافه کردن حالت‌های خشک منحصر به فرد که متغیر پنهان می‌تواند بین آن‌ها انتقال یابد، ممکن است انعطاف‌پذیری کافی برای ثبت طولانی‌ترین دوره‌های خشک را فراهم کند. اما این کار می‌تواند تفسیر فیزیکی مدل را مختل کند و مشکلات شناسایی را به وجود آورد (Stoner & Economou, 2020). راه‌حل مؤثرتر استفاده از مدل‌های نیمه‌مارکوف پنهان است، جایی که توزیع پایداری به طور صریح تعریف شده و می‌تواند انتخاب شود. با این حال، مدل‌های نیمه مارکوف پنهان معمولاً عملی نیستند و هزینه

انتقال به گونه‌ای تعریف می‌شود که انتقال از حالات مرطوب w_j تنها به اولین حالت کلون d_1 ممکن باشد. از اینجا، زنجیره پنهان می‌تواند با احتمال p_1 در حالت کلون اول d_1 باقی بماند یا به حالات مرطوب w_j یا به حالت دوم d_2 منتقل شود. اگر زنجیره به d_2 منتقل شود، می‌تواند با احتمال p_2 در آنجا باقی بماند یا به حالات مرطوب و یا به حالت بعدی d_3 منتقل شود و این روند ادامه پیدا می‌کند. با وجود اینکه تعداد زمان‌هایی که در هر یک از حالات کلون صرف می‌شود هنوز هندسی است، اما مجموع زمان صرف شده در هر یک از حالات کلون قبل از انتقال به یک حالت منحصر به فرد مرطوب w_j ، توزیع انعطاف‌پذیرتری خواهد داشت. این رویکرد همچنین اجازه می‌دهد تا عدم ایستایی زمانی در پایداری حالت خشک مدل‌سازی شود. روش «کلون‌سازی» حالات نه تنها امکان ثبت بهتر دوره‌های خشک طولانی را فراهم می‌آورد، بلکه انعطاف‌پذیری بیشتری در تحلیل الگوهای بارش ایجاد می‌کند. این رویکرد می‌تواند برای پیش‌بینی‌های دقیق‌تر و تحلیل رفتار بارش در شرایط مختلف اقلیمی بسیار مفید باشد. رابطه (۳) ماتریس انتقال محدود را نشان می‌دهد:

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 & q_1(1-p_1) & q_2(1-p_1) \\ 0 & p_2 & \dots & 0 & q_1(1-p_2) & q_2(1-p_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_D & q_1(1-p_D) & q_2(1-p_D) \\ v_1 r_{1,0} & v_2 r_{1,0} & \dots & v_D r_{1,0} & r_{1,1} & r_{1,2} \\ v_1 r_{2,0} & v_2 r_{2,0} & \dots & v_D r_{2,0} & r_{2,1} & r_{2,2} \end{pmatrix} \quad \text{رابطه ۳}$$

در این مدل، انتقال از حالات مرطوب w_j به هر یک از حالات خشک d_i ممکن است، در حالی که هیچ انتقالی بین حالات خشک وجود ندارد. این محدودیت با صفر کردن مقادیر غیرقطری در اولین ردیف و ستون ماتریس انتقال به دست می‌آید. بنابراین، در

حالت مرطوب می‌توانند نمایانگر دوره‌های با شدت بارش کم و زیاد باشند یا ممکن است در مدت زمان و فراوانی وقوع متفاوت باشند. ساختار مارکوف پنهان برای Z_t با بردار احتمال حالت اولیه P_0 و ماتریس انتقال P در زیر تعریف می‌شود:

$$P = \begin{pmatrix} p & q_1(1-p) & q_2(1-p) \\ r_{1,0} & r_{1,1} & r_{1,2} \\ r_{2,0} & r_{2,1} & r_{2,2} \end{pmatrix} \quad \text{رابطه ۲}$$

اولین سطر (متناظر با حالت خشک) را برحسب احتمال باقی ماندن در حالت خشک (p) و احتمالات انتقال به هر یک از حالات مرطوب q_1 و q_2 به گونه‌ای است که $q_1+q_2=1$ تنظیم شده است. همانطور که قبلاً گفته شد، محدودیت این مدل این است که طول زمان صرف‌شده در حالت خشک دارای توزیع هندسی ضمنی (p) است که ممکن است برای ثبت دوره‌های خشک طولانی به اندازه کافی انعطاف‌پذیر نباشد. برای بهبود مدل‌سازی دوره‌های خشک در مدل‌های مخفی مارکوف (HMM)، می‌توان از رویکرد «کلون‌سازی» حالات استفاده کرد. این روش به ما اجازه می‌دهد تا با حفظ ساختار مدل مارکوف پنهان، انعطاف‌پذیری بیشتری در توزیع زمان‌های ماندن در حالت‌های خشک ایجاد کنیم.

(Zucchini et al (2009) روشی را برای دستیابی به توزیع پایداری انعطاف‌پذیرتر برای یک حالت خاص معرفی کرده‌اند، بدون اینکه از راحتی چارچوب مدل مارکوف پنهان کاسته شود. در اینجا، حالت خشک را با نام dd و حالات مرطوب را با نام w_j که ($j=1,2$) مشخص شده است. تعداد زیادی حالت خشک (d_1, d_2, \dots, d_D) معرفی می‌شود که همه آن‌ها مشابه یکدیگر و با حالت خشک اصلی d_1 یکسان هستند. به این معنی که از یک مدل شرطی پیروی می‌کنند. ماتریس



یک مدل لجستیک برای احتمال‌های پایداری
حالت خشک است:

$$\log\left(\frac{p_d(t)}{1-p_d(t)}\right) = u(t, d) \quad (\text{رابطه ۴})$$

در اینجا $u(t, d)$ یک مدل کلی از زمان t
 $d = 1, \dots, T$ را نشان می‌دهد و حالت پنهان
 $D = 1, \dots, D$ که ممکن است شامل اثرات کمکی
از جمله شاخص‌های آب و هوایی در مقیاس
بزرگ مانند نوسانات اقیانوس اطلس شمالی
(NAO) باشد. انتخاب تعداد حالات پنهان تا
حدی ذهنی است. به طور کلی، تعداد بیشتر
حالات منجر به تطابق بهتر با داده‌ها خواهد
شد، اما باید مراقب بود تا از پارامترسازی بیش
از حد و بیش‌برازش جلوگیری شود. معمولاً
توصیه می‌شود از کمترین تعداد حالات
استفاده شود، به عنوان مثال، یک حالت
خشک و یک حالت مرطوب و تنها در پاسخ به
ناکافی بودن بررسی مدل افزایش یابد. هدف
این است که کوچک‌ترین تعداد حالات خشک
انتخاب شود که پایداری حالت خشک مشاهده
شود همچنین کوچک‌ترین تعداد حالات
مرطوب با توزیع بارش حاشیه‌ای به خوبی ثبت
شود.

مدل شرطی بارش

مدل شرطی برای وقوع و شدت بارش یک
ساختار غیرهمگن و اساساً نیمه مارکوفی است.
در این مدل، وضعیت نهفته z_t در هر نقطه
زمانی تنها سه حالت (خشک، مرطوب،
مرطوب‌تر) را می‌گیرد. با توجه به اینکه بارش
صفر معمولاً یک مشاهده رایج است (تقریباً
۹۰ درصد از تمام مشاهدات در سری زمانی
ایستگاه امیرکبیر)، منطقی است که یک توزیع
پیوسته برای شدت بارش با یک جرم احتمالی
صفر ترکیب شود. احتمال بارش صفر π_t باید با
وضعیت نهفته z_t تغییر کند؛ به عنوان مثال،
باید در حالت خشک بیشتر از حالت‌های
مرطوب باشد و همچنین ممکن است با زمان

حالی که توزیع‌های پایداری حالت خشک هر
یک به طور مستقل دارای توزیع
هندسی هستند، پارامتر p اکنون می‌تواند به
عنوان یک کمیت تصادفی (دسته‌ای) در نظر
گرفته شود که مقادیر آن در مجموعه $\{p_1, p_2\}$
 $\{p_1, \dots, p_D\}$ قرار دارد. به این ترتیب، توزیع
حاشیه‌ای برای زمان صرف شده در حالت
خشک، مشابه رویکرد Zucchini et al (2017)
یک ترکیب هندسی انعطاف‌پذیرتر
خواهد بود. برای اطمینان از اینکه می‌توان
حالات خشک را به عنوان یک حالت واحد
تفسیر کرد، محدودیت‌های بیشتری بر روی
ماتریس انتقال اعمال می‌شود:

۱. ثبات احتمال انتقال در حالت خشک:
شرطی بر انتقال از یک حالت خشک
به یک حالت مرطوب، احتمال‌های
انتقال q_1 و q_2 به هر یک از حالات
مرطوب مستقل از حالت خشک است.
۲. ثبات احتمال انتقال در حالت مرطوب:
شرطی بر انتقال از یک حالت مرطوب
به یک حالت خشک، احتمال‌های
انتقال (v_1, \dots, v_D) به هر یک از حالات
خشک مستقل از حالت مرطوب است.

علاوه بر این موارد محدودیت دیگر این است
که مدل شرطی برای وقوع و شدت بارش برای
همه حالات خشک یکسان است. از آنجا که
پارامترهای ماتریس انتقال از نظر زمانی ثابت
هستند، مدل نمی‌تواند تغییرات فصلی یا
سالانه در طول دوره‌های خشک را ثبت کند؛
برای مثال ممکن است این دوره‌ها به طور
متوسط در تابستان طولانی‌تر از زمستان
باشند. مزیت مدل مارکوف پنهان پیشرفته این
است که به راحتی می‌توان احتمال‌های
پایداری حالت خشک p_1, \dots, p_D را به صورت
متغیرهای زمانی مدل‌سازی کرد. یکی از
روش‌های دستیابی به این هدف استفاده از

شامل کردن اسپلین‌های مستقل و اثرات تصادفی برای هر حالت در تمام پارامترهای مدل شرطی (ξ_t, σ_t, π_t) درجه بالایی از انعطاف‌پذیری را برای ثبت تغییرات روزانه، فصلی و ماهانه در توزیع بارش فراهم می‌کند. علاوه بر این، ثبت تغییرپذیری بین سال‌ها با استفاده از اثرات تصادفی (در پایداری حالت خشک) فرصتی را برای شبیه‌سازی اثرات برای سال‌های جدید از توزیع نرمال فراهم می‌آورد. این امکان درک گسترده‌تری از چگونگی تغییر بارش و هرگونه عواقب هیدرولوژیکی در سال‌های با بارندگی کم و زیاد را نسبت به شبیه‌سازی سال‌های جدید با ویژگی‌های سالانه یکسان با داده‌ها فراهم می‌کند.

پیاده سازی مدل و توزیع‌های پیشین

برای اجرای مدل از مشاهدات بارش ساعتی ایستگاه امیرکبیر، شامل یک سری زمانی ۷۰۱۲۸ مقدار در دوره‌ی ۸ ساله (۱۳۹۳-۱۴۰۰) استفاده شد. با توجه به اینکه در مدل‌های مارکوف پنهان، جایجایی برچسب‌ها یک مشکل رایج است، طوری که مدل‌های شرطی یک یا چند حالت جایجا می‌شوند. هنگامی که این اتفاق می‌افتد، مدل کلی همان است اما استنباط پارامترها پیچیده می‌شود، به ویژه در یک پیاده‌سازی بی‌زی که در آن از زنجیره‌های مارکوف مونت کارلو (MCMC) استفاده می‌شود. برای جلوگیری از این مشکل محدودیت‌های زیر بر روی پارامترها اعمال می‌شود:

- حالت‌های خشک مرتب می‌شود.
- مشخص می‌شود که حالت خشک به طور متوسط احتمال بارش صفر بیشتری نسبت به دو حالت مرطوب خواهد داشت.

و یا متغیرهای اقلیمی تغییر کند. برای این کار از یک مدل لجستیک برای π_t استفاده می‌شود رابطه (۵):

$$\log \frac{\pi_t}{1-\pi_t} = v(t, z_t) \quad \text{رابطه ۵}$$

یکی از مزایای مدل مارکوف پنهان پیشرفته این است که می‌توان از هر یک از توزیع‌های حاشیه‌ای استفاده کرد، حتی می‌توان توزیع‌های مختلفی برای هر حالت استفاده کرد. با توجه به اینکه یکی از اهداف کلیدی مدل‌سازی ثبت مقادیر حدی است، بنابراین از یک مدل توزیع پارامتری عمومی (GPD) با آستانه صفر استفاده می‌شود که دارای پارامتر مقیاس و پارامتر شکل است، که اسپلین‌های مختلف و اثرات تصادفی (سالانه ماهانه و روزانه) را در نظر می‌گیرد، اما هیچ ساختار زمانی برای پارامترهای شکل و مقیاس در حالت خشک فرض نشده است. رابطه‌های (۶، ۷، ۸) مربوط به پارامتر مقیاس (σ_t) و رابطه‌های (۹، ۱۰، ۱۱) مربوط به پارامتر شکل است:

$$\log(\sigma_t(z_t = dry)) = \alpha(dry); \quad \text{رابطه ۶}$$

$$\log(\sigma_t(z_t = wet)) = \alpha(wet) + c_1(t, wet) + c_2(t, wet) + m_c(t, wet) + y_c(t, wet); \quad \text{رابطه ۷}$$

$$\log(\sigma_t(z_t = wetter)) = \alpha(wetter) + c_1(t, wetter) + c_2(t, wetter) + m_c(t, wetter) + y_c(t, wetter); \quad \text{رابطه ۸}$$

$$\xi_t(z_t = dry) = \gamma(dry); \quad \text{رابطه ۹}$$

$$\xi_t(z_t = wet) = \gamma(wet) + g_1(t, wet) + g_2(t, wet) + m_g(t, wet) + y_g(t, wet); \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$\xi_t(z_t = wetter) = \gamma(wetter) + g_1(t, wetter) + g_2(t, wetter) + m_g(t, wetter) + y_g(t, wetter);$$

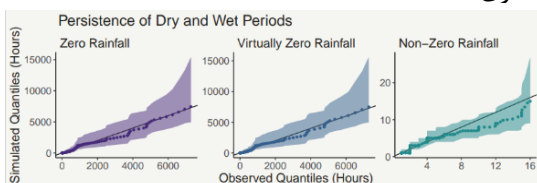
رابطه ۱۱



پیچیدگی و اندازه مدل (۷۰۱۲۸ ساعت داده)، اجرای مدل ۱۲ روز طول کشید. هر زنجیره به طور تصادفی مقادیردهی اولیه شد و به یک عدد تصادفی مختلف اختصاص داده شد. همگرایی چهار زنجیره با محاسبه فاکتور کاهش مقیاس پتانسیل (MPSRF) Brooks (1998) and Gelman (1998) برای پارامترها، ضرایب اسپلین و اثرات تصادفی ارزیابی شد. این معیار، واریانس درون زنجیره‌ای و بین زنجیره‌ای را مقایسه می‌کند. مقادیر واریانس مشابه معمولاً منجر به PSRF نزدیک به ۱ می‌شود. PSRF نزدیک به ۱ (کمتر از ۱/۰۵) نشانه خوبی از همگرایی است. در اینجا، PSRF در میان این مجموعه پارامترها ۱/۰۳ است که نشان‌دهنده همگرایی زنجیره‌ها می‌باشد.

بحث و نتایج

برای ارزیابی دوره‌های خشک طولانی، این دوره‌ها به دو روش تعریف شدند: الف: دوره‌های مقادیر بارندگی صفر متوالی ب: دوره‌ای که بارندگی در هر ساعت از ۰/۲ میلی‌متر تجاوز نمی‌کند. سپس برای هر سری زمانی شبیه‌سازی شده x ، چندک‌های (در افزایش‌های ۰/۵ درصد) مدت زمان دوره‌های خشک محاسبه شدند. شکل (۱) نشان‌دهنده چندک‌های پیش‌بینی شده میانگین مدت زمان دوره‌های خشک، با فاصله‌های اطمینان ۹۵ درصد، در مقایسه با کوانتایل‌های مشاهده شده برای هر دو دوره خشک است. مدل به طور کلی توزیع مدت زمان دوره‌های خشک و بارندگی را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند و مقادیر میانگین نزدیک به مقادیر مشاهده شده (خط قطری) است.

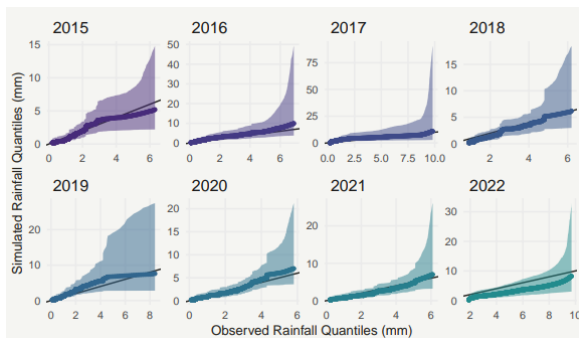


- اطمینان حاصل می‌شود که بارش میانگین کلی در حالت مرطوب‌تر بیشتر از حالت مرطوب است.

تمام اسپلین‌ها با استفاده از تابع jagam در بسته mgcv برای زبان برنامه‌نویسی R تنظیم شدند (R Core Team (2019)). ۸ گره هم‌فاصله برای اسپلین‌های زمان روز و ۶ گره برای اسپلین‌های زمان سال مشخص شد. برای هر اسپلین، ضرایب به توزیع‌های پیشین چندمتغیره نرمال (Wood (2016) اختصاص داده شد که ماتریس کوواریانس آن با یک پارامتر (منحصر به فرد برای هر اسپلین) مقیاس‌بندی شده است و به عنوان یک جریمه عمل می‌کند (که مقادیر کوچک‌تر پارامتر مربوط به جریمه بیشتر است). این جریمه به طور کلی برای جلوگیری از بیش‌برازش طراحی شده است، اما در اینجا می‌خواهیم اثرات اسپلین‌ها نسبتاً هموار باشند و هرگونه تغییرپذیری غیرهموار ساختاری توسط اثرات تصادفی ماهانه و سالانه ثبت شود و هر تغییرپذیری کوتاه تا میان‌مدت توسط وضعیت نهفته (Z_t) مدل مارکوف پنهان ثبت شود. مدل با استفاده از بسته nimble پیاده‌سازی شد (de Valpine et al (2017)، که یک مجموعه جامع برای استنباط انعطاف‌پذیری MCMC است. در اینجا نیاز به ایجاد یک تابع احتمال سفارشی است که نسخه‌ای از الگوریتم بازگشتی پیشرفته را برای محاسبه احتمال حاشیه‌ای در مدل‌های مارکوف پنهان ادغام کند. (Scott (2002) این الگوریتم به گونه‌ای تنظیم شد که امکان استفاده از یک ماتریس انتقال متغیر در زمان فراهم شود. چهار زنجیره MCMC به طور موازی اجرا شد، هر کدام ۲۰۰۰ تکرار، و ۱۰۰۰۰ تکرار اول به عنوان دوره گرم کردن (burn-in) حذف شد. پس از نازک‌سازی (thinning) با نسبت ۱۰، در مجموع ۴۰۰۰ نمونه به دست آمد. با توجه به



نمودارهای Q-Q برای مقادیر بارش در هر یک از ۸ سال شکل (۳) نشان می‌دهند که تمامی نقاط درون فواصل اطمینان ۹۵ درصد قرار دارند. همچنین تعدادی سال وجود دارد که کمیت‌های شبیه‌سازی شده بیش از حد بالا (۲۰۱۶-۲۰۲۰) یا بیش از حد پایین (۲۰۱۵-۲۰۲۲) هستند. برای بررسی احتمال بیش برآزش، یکی از گزینه‌ها، مقایسه داده‌های یک سال خارج از نمونه با شبیه‌سازی‌هایی است که با اثرات سالانه جدید تولید شده‌اند. این تحلیل‌ها به ما کمک می‌کنند تا اطمینان حاصل کنیم که مدل نه تنها توانایی شبیه‌سازی داده‌ها را دارد، بلکه قادر است تغییرات مختلف سالانه و فصلی را نیز به دقت نشان دهد.



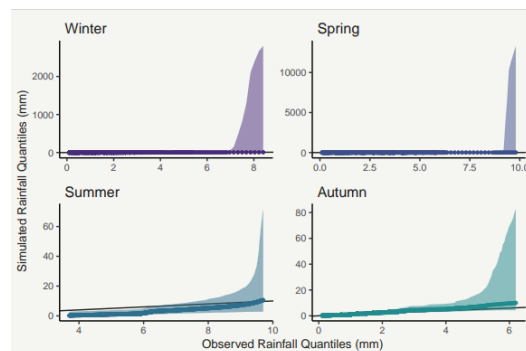
شکل (۳): مقادیر میانه شبیه‌سازی شده و مشاهده شده

بارش‌های غیرصفر (در افزایش‌های ۰/۱ درصد) از ۴۰۰۰ سری زمانی شبیه‌سازی شده ۸ ساله با فاصله اطمینان ۹۵ درصد

سمت چپ شکل (۴) نمودار Q-Q برای بارش روزانه را نشان می‌دهد که مدل توزیع بارش روزانه را به خوبی شبیه‌سازی کرده است. انحرافات بین مقادیر پیش‌بینی شده و مشاهده شده بسیار کم است. در سمت راست شکل (۴) نمودار Q-Q برای بارش ماهانه را نیز نشان می‌دهد که مدل توزیع مقادیر ماهانه را به خوبی شبیه‌سازی کرده است. این نتایج نشان می‌دهند که مدل به طور مؤثری قادر است تا مقادیر تجمعی بارش روزانه و ماهانه را شبیه‌سازی کند، حتی اگر مدل به طور

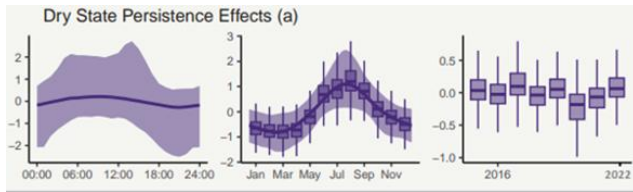
شکل (۱): نمودار سمت چپ: چندک‌های پیش‌بینی شده میانگین مدت زمان دوره‌های خشک (بارندگی صفر) نمودار وسط: چندک‌های پیش‌بینی شده میانگین مدت زمان دوره‌های خشک (بارندگی کمتر از ۰/۲ میلی‌متر) نمودار سمت راست: چندک‌های پیش‌بینی شده میانگین مدت زمان دوره‌های خشک (بارندگی بیشتر از ۰/۲ میلی‌متر)

در این مرحله، به بررسی توانایی مدل در شبیه‌سازی تغییرات فصلی شدت بارش پرداخته شد. این کار با استفاده از نمودارهای (Q-Q) انجام می‌شود که در آن کمیت نمونه‌های مشاهده‌ای محور X و کمیت نمونه‌های پیش‌بینی شده محور Y می‌باشد شکل (۲). کمیت‌های پیش‌بینی شده به‌عنوان میانه توزیع پیش‌بینی هر کمیت تعریف می‌شوند. در این نمودار، انتظار می‌رود که نقاط نزدیک به خط ۴۵ درجه (که نشان‌دهنده تطابق کامل است) قرار داشته باشند و خط نیز درون فواصل اطمینان ۹۵ درصد باشد. این فواصل به ما کمک می‌کنند تا عدم قطعیت‌ها را در پیش‌بینی‌های خود در نظر بگیریم. نتایج نشان می‌دهند که توزیع مقادیر بارش به‌طور قابل توجهی براساس فصل متفاوت است، به‌طوری که مقادیر بارش بالاتر و شدیدتری در تابستان و پاییز نسبت به زمستان و بهار مشاهده می‌شود.



شکل (۲): مقادیر میانه شبیه‌سازی شده و مشاهده شده

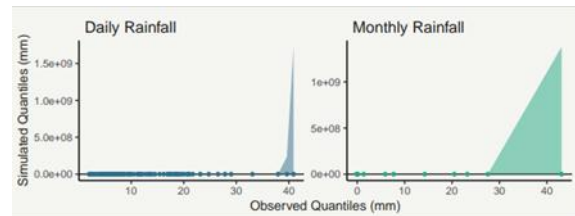
بارش‌های غیرصفر (در افزایش‌های ۰/۱ درصد) از ۴۰۰۰ سری زمانی شبیه‌سازی شده ۸ ساله



شکل (۵): اثرات زمان روز (چپ)، زمان سال (وسط) و سال به سال (راست) بر احتمال تداوم وضعیت خشک، در فاصله اطمینان ۹۵ درصد

با توجه به اینکه اکثر داده‌های مشاهداتی ایستگاه امیر کبیر صفر و یا نزدیک صفر بوده- اند، لازم است احتمال بارش صفر بررسی شود. در شکل (۶) ردیف اول احتمال بارش صفر بعد از نیمه شب به شدت کاهش می‌یابد و به آرامی بعد از ظهر افزایش می‌یابد. همچنین یک چرخه فصلی قابل توجه وجود دارد که طبق انتظار در ماه‌های تابستان بالاترین مقدار را دارد. ترکیب این اثر فصلی با شکل (۵) نشان می‌دهد که دوره‌های خشک هم طولانی‌تر هستند و هم احتمال بارش صفر در تابستان بیشتر از زمستان است. اثرات تصادفی سالانه نشان‌دهنده تغییرپذیری قابل توجه در طول ۸ سال است. ردیف دوم و سوم مربوط به پارامترهای مقیاس و شکل توزیع پارتوی تعمیم یافته است. لازم به ذکر است که این پارامترها برای دوره‌های خشک در نظر گرفته نمی‌شود و فقط برای دو حالت مرطوب بکار گرفته شده است. با توجه به اینکه اکثر داده‌های بارش بالای ۰/۲ میلی‌متر نزدیک به هم بودند، در اینجا دو نمودار دوره‌های مرطوب و مرطوبتر بسیار نزدیک به هم هستند. هر دوی این نمودارها در پارامتر مقیاس و شکل، در بازه‌ی زمانی (ژولای تا نوامبر) تغییراتی را نسبت به بقیه ماه‌های سال دارند که نشان‌دهنده رطوبت بیشتر در این ماه‌ها می‌باشد. تغییرات سال به سال در هر دو نمودار برای پارامتر مقیاس دارای تغییرات جزئی نسبت به هم هستند. اما برای هر دوی آنها تغییرات سال به سال مشهود است. در

مستقیم با مجموع‌های روزانه یا ماهانه کار نکنند و تنها از طریق مقادیر ساعتی به آن‌ها دست یابد. این دقت در شبیه‌سازی می‌تواند برای کاربردهای مختلفی در مدیریت منابع آب و برنامه‌ریزی‌های اقلیمی بسیار مفید باشد.



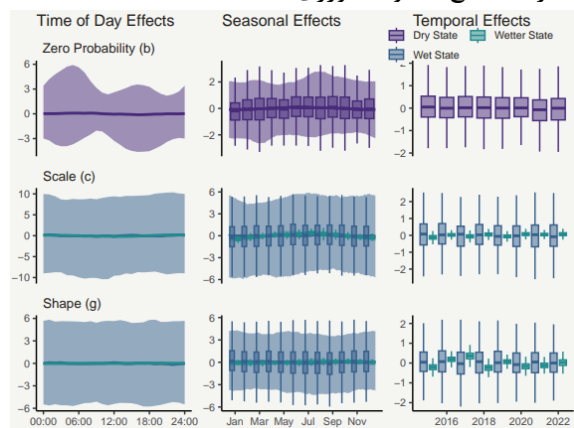
شکل (۴): مقادیر میانه شبیه‌سازی شده و مشاهده شده بارش‌های غیرصفر در مقادیر مختلف (در افزایش‌های ۱ درصد برای بارش روزانه و ۵ درصد برای بارش ماهانه) بر اساس ۴۰۰۰ سری زمانی شبیه‌سازی شده ۸ ساله در فاصله اطمینان ۹۵ درصد

تأثیرات زمانی نه تنها به بهبود تناسب داده‌ها کمک می‌کنند، بلکه نشان می‌دهند که ویژگی‌های مختلف بارش چگونه با زمان روز، سال و بین سال‌ها تغییر می‌کنند. شکل (۵) تأثیرات پیش‌بینی شده میانه زمان روز، زمان سال و سال بر زمان انتظار پایداری دوره‌های خشک نشان می‌دهد. تأثیر زمان روز نشان‌دهنده یک کاهش قابل توجه در احتمال پایداری در حدود عصر است، که به معنای دوره‌های خشک کوتاه‌تر است. نمودار زمان سال به عنوان یک خط و مجموع آن با اثرات تصادفی ماهانه را به عنوان یک نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهد. دوره‌های خشک طولانی‌تر در ماه‌های گرم‌تر (می تا سپتامبر) است، در حالی که تغییرات ماهانه چندان فراتر از نمودار سال نیست (زیرا جعبه‌ها چندان از خط انحراف ندارند). تأثیرات تصادفی سالانه نشان‌دهنده نوسانات قابل توجهی بین سال‌ها هستند. به‌ویژه، سال‌های (۲۰۲۰ و ۲۰۲۱) دارای طول دوره‌های خشک کوتاه‌تری نسبت به سایر سال‌ها می‌باشند. به‌طور کلی، تأثیر زمان سال به نظر می‌رسد که بر سایر تأثیرات در زمینه تغییر پذیری احتمال پایداری در حالت خشک بیشتر است.



(۲-۱ ساعت) را نشان نداد. یکی از پیامدهای این موضوع این است که وقتی مقادیر ساعتی به مقادیر ۳ ساعته تجمیع می‌شوند، مدل می‌تواند بخش عمده‌ای از توزیع را به خوبی ثبت کند. اما شبیه‌سازی‌ها در انتهای بالایی به طور سیستماتیک پایین‌تر از حد واقعی بودند. این موضوع می‌تواند با اضافه کردن حالت‌های بارش بیشتر بهبود یابد، هرچند که پیشنهاد می‌شود برای حفظ قابلیت تفسیر مدل از این کار اجتناب شود. به‌طور جایگزین، می‌توان مدل را گسترش داد تا ساختار وابستگی واضحی را در مدل‌های شرطی بگنجانند. علاوه بر این، مدل می‌تواند برای بهتر ثبت کردن شدیدترین مقادیر در برخی سال‌ها (مانند ۲۰۱۶-۲۰۲۰) با استفاده از توزیع‌هایی که نسبت به GPD انعطاف‌پذیرتر هستند، بهبود یابد. انعطاف‌پذیری مدل با گنجاندن اسپلین‌ها و اثرات تصادفی افزایش می‌یابد، به طوری که حالات می‌توانند به طور قابل توجهی در زمان‌های مختلف روز، فصل‌ها و سال‌ها تفسیر شوند. با این حال، ممکن است اقلیم‌هایی وجود داشته باشند که این مدل نتواند به اندازه کافی منعطف باشد. مزیت استفاده از این مدل این است که اضافه کردن حالت‌های مرطوب بیشتر، استفاده از توزیع‌های شرطی جایگزین و یا گنجاندن ساختارهای زمانی پیچیده نسبتاً آسان است. برای کاربردهای جدید توصیه می‌شود که با ساده‌ترین نسخه ممکن از مدل ارائه شده در اینجا شروع شود، مانند یک مدل مارکوف پنهان (HMM) با دو حالت (خشک و مرطوب) و برخی مدل‌های شرطی بررسی پیش‌بینی پسین می‌تواند جنبه‌هایی از داده‌ها را شناسایی کند که مدل به خوبی آن‌ها را ثبت نمی‌کند و این نواقص می‌توانند از طریق توسعه‌های هدفمند مدل (مانند ساختارهای زمانی برای ثبت ناهمگنی یا حالت‌های خشک برای بهتر ثبت کردن تداوم

پارامتر شکل نوسان قابل توجهی بین نمودارهای مرطوب و مرطوب‌تر وجود دارد. با توجه به نتایج، مدل قادر است تا اثرات زمانی مختلف برای بارش را به خوبی شبیه‌سازی کند. این تحلیل‌ها کمک می‌کنند تا الگوهای بارش و تأثیرات مختلف بر روی آن‌ها بهتر درک شوند و برای برنامه‌ریزی‌های مربوط به مدیریت منابع آب و کشاورزی مفید هستند.



شکل (۶): تأثیرات زمان روز (سمت چپ)، زمان سال (وسط) و سال به سال (راست) بر احتمال شرطی بارش صفر (ردیف اول) و توزیع شدت بارش از طریق پارامترهای (مقیاس (ردیف دوم) و شکل (ردیف سوم)) توزیع پارتو تعمیم‌یافته

با قرار گرفتن مدل در در چارچوب بی‌زنی، مدل همچنین اجازه می‌دهد تا یک کمیت‌سازی غنی از عدم قطعیت پارامتری و پیش‌بینی ایجاد شود، به این معنی که می‌توان از بررسی پیش‌بینی پسین برای تأیید اینکه مدل ویژگی‌های مهم داده‌ها را ثبت می‌کند، استفاده کرد. علاوه بر این، کاربرد آن بر روی داده‌های بارش ساعتی قابلیت استفاده از مدل را در موقعیت‌هایی با وضوح (زمانی) بالا نشان می‌دهد. برای نشان دادن اثربخشی این رویکرد، یک مدل نسبتاً ساده شامل ۳ حالت خشک و ۲ حالت مرطوب را به یک سری زمانی ۸ ساله از مقادیر ساعتی ایستگاه امیرکبیر واقع بر روی سد کرج اعمال شد. اگرچه نتایج بسیار قانع‌کننده بودند، اما هنوز جایی برای بهبود وجود دارد. به‌ویژه شبیه‌سازی‌های مدل، وابستگی زمانی کافی برای دوره‌ی کوتاه‌مدت



که قادر به ثبت تمام ویژگی‌های لازم شامل: تغییرات فصلی در وقوع و شدت بارش، دوره‌های طولانی خشک و مقادیر حدی باشد. مدل شامل چندین نوآوری در مقایسه با رویکردهای متداول است. این موارد شامل، در نظر گرفتن حالت‌های خشک برای دوره خشکی و ناهمگنی زمانی در ماتریس انتقال است که به طور مشترک به مدل اجازه می‌دهد طولانی‌ترین دوره‌های خشکی را نیز ثبت کند. نتایج نشان داد که این مدل قادر است به خوبی توزیع طول دوره‌های خشکی، تغییرات فصلی و سالانه در وقوع و شدت (شامل مقادیر حدی) و توزیع شدت را هنگام تجمیع به حالت‌های روزانه و ماهانه ثبت کند. همچنین نشان داد که چگونه خروجی مدل می‌تواند به صورت تغییرات وقوع و شدت بارش در طول روز و سال تغییر کنند. استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای مختلف برای هر حالت و در نظر گرفتن اسپلین‌ها و اثرات تصادفی برای هر حالت در تمام پارامترهای مدل شرطی از دیگر مزایای این مدل نسبت به مدل‌های مارکوف پنهان پایه است.

دوره‌های خشک و مرطوب) برطرف شوند تا از افزودن پیچیدگی غیرضروری جلوگیری شود. نتایج این تحقیق با نتایج (Stoner & Economou, 2020) که شبیه سازی بارش ساعتی را برای ایستگاه اکستر در انگلستان انجام دادند و (Dawkins et al (2022) که شبیه سازی بارش را بصورت روزانه برای ایستگاه آنجلین انگلستان با استفاده از مدل مارکوف پنهان پیشرفته انجام دادند همخوانی دارد.

نتیجه گیری

در این تحقیق به شبیه سازی بارش ساعتی با استفاده از یک مدل مارکوف پنهان پیشرفته پرداخته شد که می‌تواند در زمینه‌ی مدل‌سازی بارش تصادفی در حیطه‌ی کاربردهای هیدرولوژیکی، مانند مدل‌سازی سیلاب‌های شهری، مورد استفاده قرار گیرد. در این تحقیق نشان داده شد که چگونه انعطاف‌پذیری چارچوب مدل مارکوف پنهان پیشرفته این امکان را می‌دهد تا مدلی کاربردی برای بارش‌های ساعتی داشته باشیم

منابع

- سلاجقه، ع. خسروی، م. ۱۳۹۳. مدل‌های حوزه آبخیز. انتشارات دانشگاه تهران (۳۶۰۵)
- Brooks, S. P., & Gelman, A. (1998). General methods for monitoring convergence of iterative simulations. *Journal of computational and graphical statistics*, 7(4), 434-455.
- Chandler, R. E., Isham, V. S., Northrop, P. J., Wheater, H. S., Onof, C. J., & Leith, N. A. (2014). Uncertainty in rainfall inputs. *Applied Uncertainty Analysis for Flood Risk Management*, edited by: Beven, KJ and Hall, JW, Imperial College Press: London, 101-152.
- Dawkins, L. C., Osborne, J. M., Economou, T., Darch, G. J., & Stoner, O. R. (2022). The advanced meteorology explorer: a novel stochastic, gridded daily rainfall generator. *Journal of Hydrology*, 607, 127478.
- de Valpine, P., Turek, D., Paciorek, C. J., Anderson-Bergman, C., Lang, D. T., & Bodik, R. (2017). Programming with models: writing statistical algorithms for general model structures with NIMBLE. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 26(2), 403-413.
- Economou, T., Bailey, T. C., & Kapelan, Z. (2014). MCMC implementation for Bayesian hidden semi-Markov models with illustrative applications. *Statistics and Computing*, 24, 739-752.
- Guo, L., Jiang, Z., Li, L., & Wang, H. (2022). Increase of future summer rainfall in the middle and lower reach of the Yangtze River basin projected with a nonhomogeneous hidden Markov model. *Geophysical Research Letters*, 49(7), e2021GL097325.



- Maruotti, A., & Rocci, R. (2012). A mixed non-homogeneous hidden Markov model for categorical data, with application to alcohol consumption. *Statistics in Medicine*, 31(9), 871-886.
- Meligkotsidou, L., & Dellaportas, P. (2011). Forecasting with non-homogeneous hidden Markov models. *Statistics and Computing*, 21, 439-449.
- Ramadhan, R., & Devianto, D. (2020). A Hidden Markov Model for Forecasting Rainfall Data Availability at the Weather Station in West Sumatra. *Science and Technology Indonesia*, 5(2), 34-40.
- Segond, M. L., Wheater, H. S., & Onof, C. (2007). The significance of spatial rainfall representation for flood runoff estimation: A numerical evaluation based on the Lee catchment, UK. *Journal of Hydrology*, 347(1-2), 116-131.
- Stoner, O., & Economou, T. (2020). An advanced hidden Markov model for hourly rainfall time series. *Computational Statistics & Data Analysis*, 152, 107045.
- Scott, S. L. (2002). Bayesian methods for hidden Markov models: Recursive computing in the 21st century. *Journal of the American statistical Association*, 97(457), 337-351.
- Team, R. C. (2019). *RA language and environment for statistical computing*, R Foundation for Statistical Computing.
- Wood, S. N. (2016). Just another gibbs additive modeller: interfacing JAGS and mgcv. *arXiv preprint arXiv:1602.02539*.
- Xie, M., Jiang, Z., & Sainju, A. M. (2018, July). Geographical hidden markov tree for flood extent mapping. In *Proceedings of the 24th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining* (pp. 2545-2554).
- Zucchini, W., & MacDonald, I. L. (2009). *Hidden Markov models for time series: an introduction using R*. Chapman and Hall/CRC.