

## Research Paper

# The Entropy Analysis of Groundwater Level Time Series in Ardabil Plain

Farnaz Daneshvar Vousoughi<sup>1</sup><sup>1</sup> Department of Civil Engineering, Ardabil Branch, Islamic Azad University, Ardabil, Iran

10.22125/IWE.2022.162672

Received:

**June.01.2021**

Accepted:

**October.15.2021**

Available online:

**December 11, 2022****Keywords:****Groundwater level, Wavelet based de-noising, Mutual Information, Ardabil plain**

## Abstract

The hydrological and geomorphological changes in catchments is one of the most important challenges today. Analysis of hydrological time series such as groundwater level plays an important role in the behavior identification of them against various factors. In this study, the effect of wavelet based de-noising on the entropy of groundwater level time series in Ardabil plain has been investigated. Also, the effective sub-series of the groundwater level time series process were identified using three criteria: entropy, mutual information (MI) and linear correlation coefficient. The results showed that the entropy of the groundwater level time series increased using wavelet based de-noising method. The increase of entropy indicates an increase natural fluctuations in the groundwater level time series and thus indicates the occurrence of a favorable trend in it. Also, the results showed that MI and entropy criteria, due to nonlinear nature, can accurately demonstrate the dominant sub-series in the groundwater level process. A+D3 combination was considered as the dominant sub-series in most piezometers.

## 1. Introduction

The wavelet-based de-noising pre-processing approach in the present study was used in the Entropy determination of groundwater level time series. Furthermore, three Criteria such as Entropy, Mutual Information (MI) and linear correlation coefficient have been simultaneously investigated to calculate dominant components in the groundwater level time series for in Ardabil plain.

## 2. Materials and Methods

### 2-1- Case of the Study

The study zone of this research placed in Ardabil plain (38°03'– 38°27'N and 47°55'– 48°20'E) which is located in north-western Iran, and covers an area of about 990 km<sup>2</sup>, as shown in Fig. 1. In this study, the groundwater levels of 15 piezo metric stations (P1, P2, P3... P15) located in the Ardabil plain from the period of 1993 to 2018 selected to perform the trend analysis. One-month interval at all of the piezometers has been reported for data sampling.

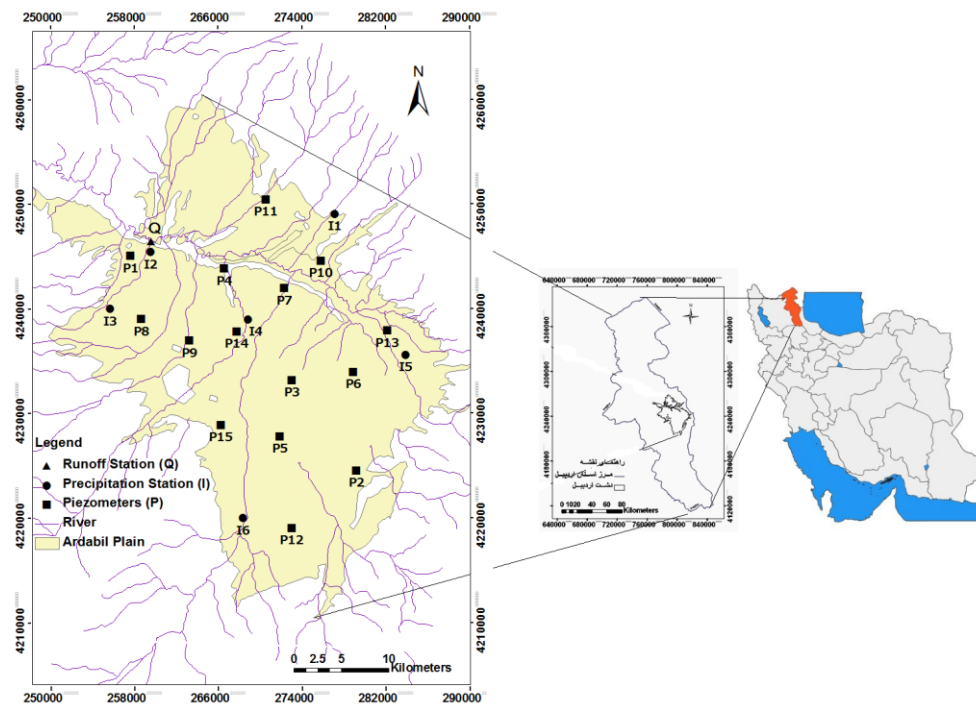


Fig.1. Case of the study and the position of piezometers.

## 2-2-Wavelet transform (WT)

In hydrological problems, the time series are usually in the discrete but continuous format; therefore, the discrete WT was used in the following form (Mallat, 1998):

$$g_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} g^* \left( \frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m} \right) \quad (1)$$

## 2-3-Wavelet based de-noising

Wavelet de-noising technique is operated as follows: (1) an applicable mother wavelet and several resolution level methods are selected. An approximation subseries at the resolution level  $L$  and detailed sub-series at different resolution levels are decomposed from main time series  $x_i$ . (2) The absolute amounts of detailed-sub-series, which exceed the values of the fixed threshold are changed by the difference between the values of threshold and detailed sub-series (Donoho, 1995).

### 2-4-Shannon entropy and Mutual Information (MI)

Shannon (Shannon, 1948) mathematically formulated entropy (H), now called the Shannon entropy or information content, for a discrete random variable of X with sample size of N (bin number), which takes values  $x_1; x_2; \dots ; x_N$  with probabilities of  $p_1, p_2, \dots, p_N$ , respectively, as (Singh, 2011):

$$H(X) = H(P) = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log[p(x_i)] \quad (2)$$

MI between two random variables X and Y is defined as (Yang et al., 2000):

$$MI(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B) \quad (3)$$

With H(A) and H(B) being the entropy of A and B, respectively, and H(A,B) their joint entropy as:

$$H(A, B) = - \sum_{a \in A} \sum_{b \in B} p_{AB}(a, b) \log p_{AB}(a, b) \quad (4)$$

### 3. Results

The entropy value of groundwater level time series has increased by applying the wavelet based de-noising which shows the increase of natural fluctuations in groundwater level time series. Piezometer 3 has the highest and piezometer 12 has the lowest value in entropy. In the second stage, three criteria such as correlation coefficient, mutual information and entropy were used to determine the effective sub-series in groundwater level time series of Ardabil plain. The entropy and MI criterion are non-linear methods, On the other hand, MI criterion is one of the supervised criteria which considers the relationship between inputs and outputs (Nourani et al. 2015), so it is predicted that MI could show best performance in selecting dominant frequency in groundwater level time series. The results showed three criteria demonstrated different sub-series as dominant frequency in some piezometers. The different results of three criteria was examined by plotting three sub-series combinations (A+D1, A+D2, A+D3) and original groundwater level time series in three plots. A+D3 combination showed closest diagram to the original time series that approved the results of MI and entropy criteria due to being nonlinear and supervised criteria.

### 4. Discussion and Conclusion

In order to complete the current study, it is recommended to use the presented methodology to other hydrological time series and variables (e.g. temperature and/or evapotranspiration). Moreover, other de-noising methods should be used to de-noise the groundwater level time series and the effect of different de-noising methods should be calculated on the entropy of time series. It is also suggested that the results of entropy and MI methods for determining the effective sub-series in hydrological time series time series were compared with other methods such as Mann-Kendall method to selecting proper method.

### 5. Six important references

- 1) Donoho, D.H. 1995. De-noising by soft-thresholding. IEEE Transactions on Information Theory. 41(3), 613–617.
- 2) Mallat, S.G. 1998. A Wavelet Tour of Signal Processing, second ed. Academic Press, San Diego.
- 3) Nourani, V., Nezamdoost, N., Samadi, M., Daneshvar Vousoughi, F. 2015. Wavelet-based trend analysis of hydrological processes at different timescales. Journal of Water Climate Change. 6(3): 414–435.
- 4) Shannon, C. E. 1948. A mathematical theory of communications I and II. Bell System Technical Journal, 27: 379-443.
- 5) Singh, V. P. 2011. Hydrologic synthesis using entropy theory: Review, Journal of Hydrologic Engineering. 16: 421-433.
- 6) Yang, H. H., Vuuren, S. V., Sharma, S. and Hermansky H. 2000, Relevance of time-frequency features for phonetic and speaker-channel classification, Speech Communication. 31: 35-50.

### Conflict of Interest

Authors declared no conflict of interest.

## تحلیل آنتروپی سری زمانی تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل

فرناز دانشور وثوقی<sup>۱</sup>

تاریخ ارسال: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۲۳

پژوهشی

### چکیده

تعیین میزان تغییرات هیدرولوژیکی و ژئومورفولوژیکی حوضه‌های آبریز یکی از مهم‌ترین چالش‌های امروزی است. تحلیل سری‌های زمانی هیدرولوژیکی از جمله تراز آب زیرزمینی نقش بسزایی را در شناخت دقیق رفتار این سری‌ها در مقابل عوامل مختلف ایفا می‌کند. در این پژوهش، اثر رفع نویز موجکی در میزان آنتروپی سری‌های زمانی تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل مورد بررسی قرار گرفته است. هم‌چنین زیرسری تأثیرگذار در روند تراز آب زیرزمینی با استفاده از سه معیار آنتروپی، محتوای اطلاعاتی و ضریب هم‌بستگی خطی مورد شناسایی قرار گرفت. نتایج نشان داد استفاده از رفع نویز موجکی سبب افزایش میزان آنتروپی سری‌های زمانی تراز آب زیرزمینی شد که نشان از افزایش میزان نوسانات طبیعی در سری‌های زمانی تراز آب زیرزمینی می‌باشد. هم‌چنین نتایج نشان داد که استفاده از معیار محتوای اطلاعاتی و آنتروپی، به دلیل ماهیت غیرخطی می‌تواند زیرسری زمانی تأثیرگذار را در روند تراز آب زیرزمینی به درستی نمایش دهد. در اغلب پیژومترها، ترکیب زیرسری A+D3 به عنوان زیرسری تأثیرگذار شناخته شد.

واژه‌های کلیدی: تراز آب زیرزمینی، رفع نویز موجکی، محتوای اطلاعات مشترک، دشت اردبیل

<sup>۱</sup> گروه مهندسی عمران، واحد اردبیل، دانشگاه آزاد اسلامی، اردبیل، ایران. Email: fdaneshvar.vousoughi@gmail.com



## مقدمه

تعیین میزان تغییرات هیدرولوژیکی و ژئومورفولوژیکی حوضه‌های آبریزیکی از مهم‌ترین چالش‌های امروزی است. میزان تغییرات موجود در هر حوضه متناسب با عوامل مؤثر انسانی و همچنین تغییرات طبیعی نظیر تغییر اقلیم در آن منطقه می‌باشد. عوامل مؤثر انسانی، فعالیت‌هایی هستند که به وسیله آن انسان محیط را تغییر داده و بر اقلیم تأثیر می‌گذارد. لذا نیاز به ابزاری است که بتواند تغییرات هیدروژئومورفولوژیکی به وجود آمده را به صورت کمی ارزیابی کند. تغییرات اعمال شده در طبیعت، مانند فعالیت‌های انسانی و همچنین تغییرات طبیعی موجود مانند تغییر اقلیم، باعث ایجاد تغییرات هیدروژئومورفولوژیکی در حوضه آبریز منطقه می‌شود. برای نشان دادن تأثیر تغییراتی مانند شهرسازی، سدسازی، توسعه کارخانجات صنعتی، تغییر روند رشد جمعیت در حوضه آبریز و همچنین تغییرات اقلیم و پوشش گیاهی روی فرایندهای هیدرولوژیکی، می‌توان از معیارهای متفاوتی استفاده کرد که یکی از این معیارها، معیار آنتروپی است. این معیار می‌تواند شاخص مناسبی را در تخمین شرایط آبی جهت بهره‌گیری بهتر از منابع آب با استفاده از مدیریت صحیح منابع آب ارائه کند. تغییر مقدار پیچیدگی حوضه طی زمان مشخص، نشان‌دهنده میزان تغییرات هیدروژئومورفولوژیکی حوضه می‌باشد. در سالهای اخیر تحقیقات متعددی برای محاسبه مقدار پیچیدگی سیگنال‌های مختلف صورت گرفته و یافتن معیار مناسب برای اندازه‌گیری پیچیدگی، یکی از بحث‌های مهم دانشمندان بوده است. شانون (۱۹۴۸) نظریه آنتروپی (محتوای اطلاعاتی) را ارائه کرد و آنتروپی را به عنوان شاخص سنجش اطلاعات، گزینش یا عدم قطعیت معرفی کرد. پینکاس (۱۹۹۱) آنتروپی تقریبی را به عنوان معیاری برای پیچیدگی معرفی کرد. آنتروپی تقریبی در آنالیز میزان پیچیدگی سربهای زمانی کوتاه مدت مؤثر است. کوستا و همکاران (۲۰۰۲) در تحقیقات خود به این نتیجه رسیدند که میزان آنتروپی با افزایش درجه بی‌نظمی افزایش پیدا می‌کند و برای سیستم‌های تصادفی مقدار آنتروپی بیشینه است؛ ولی افزایش آنتروپی،

همیشه به معنی افزایش پیچیدگی دینامیکی نمی‌باشد. برای رفع این مشکل آن‌ها روش آنتروپی چند مقیاسی را ارائه کردند. می‌توان از مفهوم تبیین میزان آنتروپی سربهای زمانی در مباحث هیدرولوژی نیز استفاده کرد؛ لیکن تحقیقات بسیار محدودی در این زمینه انجام شده است. به طور مثال لی و ژانگ (۲۰۰۸) از روش آنتروپی چند مقیاسی استفاده کرده و تغییرات پیچیدگی حوضه رودخانه میسیسیپی-پی را طی ۱۳۱ سال با استفاده از داده‌های رواناب بررسی کردند. آنها دبی رودخانه میسیسیپی را از سال ۱۸۷۳ تا ۲۰۰۴ به دو قسمت تقسیم کردند و به این نتیجه رسیدند که پیچیدگی حوضه رودخانه میسیسیپی از سال ۱۹۴۰ شروع به کاهش کرده است و دلیل این کاهش را تغییرات زیاد پوشش گیاهی و کاربری زمین عنوان کردند. چو (۲۰۱۴) برای بررسی میزان پیچیدگی، روش آنتروپی چند مقیاسی را بر سری‌های زمانی بارش و رواناب اعمال کرد و مشاهده نمود که نتایج به دست آمده در مقیاس‌های زمانی بالاتر با نتایج به دست آمده در مقیاس‌های زمانی پایین متفاوت می‌باشد. اولین کاربرد آنتروپی در مدل‌سازی های هیدرولوژیکی به کارهای سونوگا (۱۹۷۲) و آموروچو و اسپیلدورا (۱۹۷۳) مربوط می‌شود. مدتی بعد کاگان و همکاران (۱۹۷۳) توانستند از لحاظ ریاضی نشان دهند که آنتروپی برای بیان توزیع فراوانی تکنیک قوی‌تری نسبت به واریانس است (کاسلتون و هوسیان، ۱۹۸۰). کریستانوویچ و سینگ (۱۹۹۲، b) به کمک شاخص آشفتگی شانون کاربرد نظریه محتوای اطلاعاتی را در ارزیابی تغییرات زمانی مکانی بارش ایستگاه‌های باران‌سنجی در ایالت لوئیزیانا آمریکا بررسی کرده‌اند. مارویاما و همکاران (۲۰۰۵) نشان دادند که پتانسیل در دسترس بودن منابع آب در یک منطقه به دو عامل اساسی آنتروپی شدت بارش و آنتروپی تسهیم بارش سالانه، بستگی دارد. سینگ (۲۰۱۱) اقدام به لیست کردن کاربردهای آنتروپی در جنبه‌های مختلف هیدرولوژیکی کرده است. کماشی و همکاران در سال ۱۳۹۵ با استفاده از معیار موجک آنتروپی توانستند عوامل مؤثر را در کاهش تراز آب زیرزمینی آبخوان دشت سیلاخور شناسایی نمایند. نتایج آن‌ها که از تحلیل تغییرات معیار

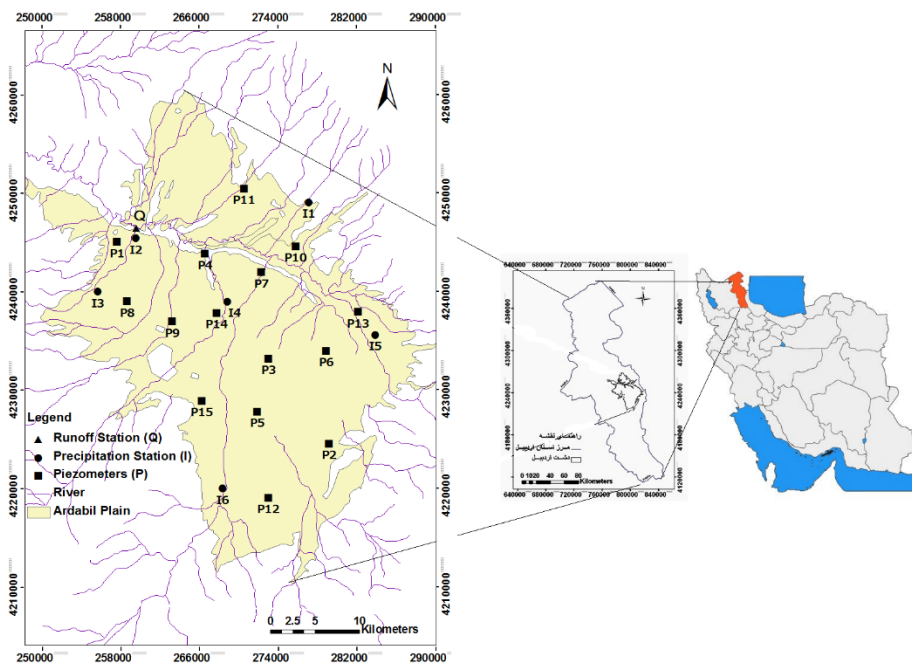
زمانی تأثیرگذار بکار گرفته شد و معیار مناسب در تعیین زیرسری تأثیرگذار معرفی گردید.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

دشت اردبیل است در شمال غربی ایران واقع شده است. این دشت بطور تقریبی، در عرض جغرافیایی ۳۸ درجه و ۳ دقیقه تا ۳۸ درجه و ۲۷ دقیقه شمالی و طول جغرافیایی ۴۷ درجه و ۵۵ دقیقه تا ۴۸ درجه و ۲۰ دقیقه شرقی واقع شده است. دشت اردبیل مشرف بر ارتفاعات بخش غربی رشته کوه البرز (ارتفاعات تالش) و در امتداد دامنه شرقی سبلان قرار دارد. مساحت آن در حدود ۹۹۰ کیلومتر مربع می‌باشد (دانشور و ثوقی، ۱۳۹۵). شکل ۱ موقعیت جغرافیایی دشت اردبیل و موقعیت ایستگاه‌های پیزومتریک، باران‌سنجی و ایستگاه رواناب را نشان می‌دهد. در این پژوهش ۱۵ ایستگاه پیزومتری (P) مورد مطالعه قرار گرفته است. طول داده‌های استفاده شده از سال ۱۳۷۴ تا ۱۳۹۸ می‌باشد که از سازمان آب منطقه‌ای استان اردبیل تهیه گردیده‌اند. همچنین این حوضه دارای یک ایستگاه رواناب در خروجی حوضه (R) و شش ایستگاه باران‌سنجی (I) می‌باشد.

موجک آنتروپی به دست آمده است نشان داد که بیشترین کاهش پیچیدگی در پارامتر دبی مشاهده می‌شود که نسبت به پارامترهای دما و بارش بیشترین کاهش را در پیچیدگی از خود نشان دادند و این نشان دهنده این است که عوامل انسانی نسبت به عامل تغییر اقلیم بیشترین تأثیر را در کاهش تراز سطح آب زیرزمینی دشت سیلاخور داشته داشته است. نورانی و همکاران در سال ۱۳۹۴ برای بررسی تغییرات فرآیندهای هیدرولوژیکی در دریاچه ارومیه از معیار موجک آنتروپی بهره گرفتند آن‌ها سری‌های زمانی هیدرولوژیکی را به بازه‌های کوچکتر تقسیم کرده و برای هر یک از این زیرسری‌ها معیار پیچیدگی موجک آنتروپی را محاسبه کردند نتایج نشان داد که الگوی نوسانات سطح آب دریاچه ارومیه در حال تغییر بوده و این تغییر الگو سبب کاهش پیچیدگی تراز آب دریاچه شده است آن‌ها با بررسی تغییرات پیچیدگی پارامترهای رواناب بارش و دما به این نتیجه رسیدند که کاهش پیچیدگی تراز آب دریاچه مربوط به کاهش پیچیدگی رواناب بوده و بنابراین تأثیر عوامل انسانی در کاهش پیچیدگی تراز آب دریاچه به مراتب بیشتر از تأثیر عوامل طبیعی بوده است. در این مطالعه تأثیر رفع نویز موجکی بر میزان آنتروپی سری زمانی تراز آب زیرزمینی مورد بررسی گرفت. معیارهای مختلف در تعیین زیرسری



شکل (۱): موقعیت جغرافیایی دشت اردبیل و پیزومترهای مورد مطالعه

از مقدار آستانه بیشتر شود، آنگاه مقدار تفاضل بین زیرسری جزئی و مقدار آستانه با رابطه ۲ جایگزین می‌گردد، در غیر اینصورت زیرسری‌های جزئی برابر صفر در نظر گرفته می‌شود (دونوهو، ۱۹۹۵).

$$d_j(t) = \begin{cases} \text{sgn}(d_j(t))(|d_j(t) - T'| & |d_j(t)| > T' \\ 0 & |d_j(t)| \leq T' \end{cases} \quad (2)$$

در معادله (۲)،  $T'$  و  $d_j(t)$  ( $j = 1, \dots, M$ ) نشان‌دهنده مقدار آستانه و مقدار مطلق زیر سری‌های جزئی در سطح تجزیه  $\lambda$  (ج) تبدیل موجک می‌تواند سری زمانی رفع نویز شده را طی فرآیند از زیرسری‌های جزئی در تمام سطوح و زیرسری تقریبی در سطح  $L$  بازسازی نماید. مقدار آستانه انتخابی بصورت زیر تعیین می‌شود (دونوهو، ۱۹۹۵):

$$T' = \hat{\sigma} \sqrt{2 \ln(n)} \quad (3)$$

که در آن  $n$  تعداد داده‌های سری زمانی اولیه (نویزدار) و  $\hat{\sigma}$  انحراف معیار نویز می‌باشد که با فرمول زیر محاسبه می‌گردد:

$$\hat{\sigma} = \left[ \frac{\text{median}(|d_j(t)|)}{0.6745} \right] \quad (4)$$

$|d_j(t)|$  زیرسری جزئی سری زمانی در سطح تجزیه اول می‌باشد. شکل ۲ به صورت شماتیک مراحل رفع نویز موجکی سری‌های زمانی را نمایش می‌دهد.

### تبدیل موجک

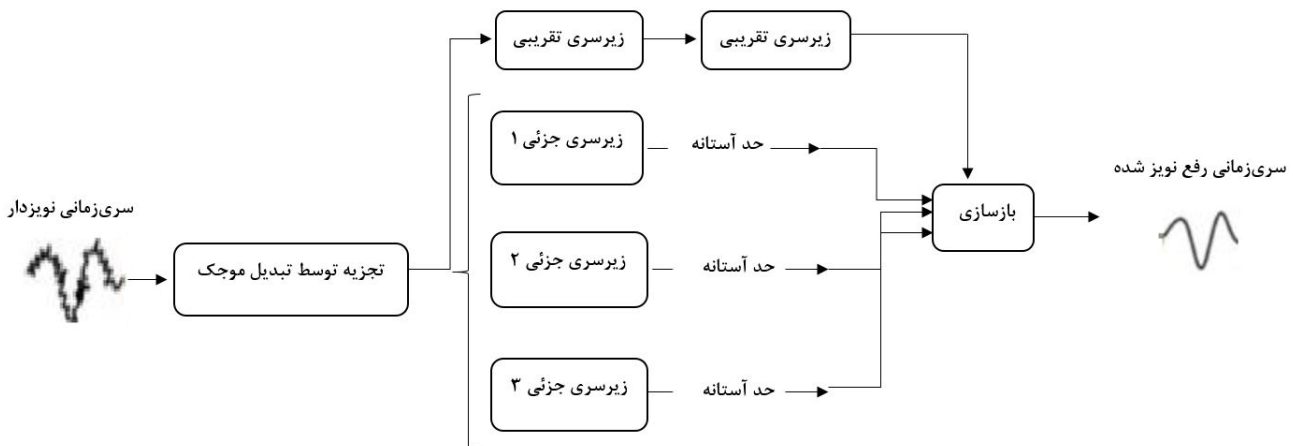
علاوه بر الگوهای مکانی، بعضی ویژگی‌های زمانی در سری‌های زمانی تراز آب زیرزمینی وجود دارند که سبب نالیستایی سری‌های زمانی می‌شوند. برای کنترل این ویژگی‌های زمانی، استفاده از داده‌های پیش‌پردازش شده از نظر زمانی نظیر تبدیل موجک می‌تواند مفید باشد. تبدیل موجک با مقیاس زمانی یک سیگنال زمانی پیوسته،  $x(t)$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} g^* \left( \frac{t-b}{a} \right) x(t) dt \quad (1)$$

$g(t)$  تابع موجک یا موجک مادر است. پارامتر  $a$  فاکتور بزرگنمایی و  $b$  نشان دهنده تبدیل موقت تابع  $g$  است که امکان مطالعه سیگنال در پیرامون  $b$  را می‌دهد.

### روش رفع نویز موجکی

در این مطالعه به منظور رفع نویز سری‌های زمانی از تبدیل موجک بصورت زیر انجام می‌گیرد: الف) انتخاب موجک مادر مناسب و سطح تجزیه مناسب و تجزیه سری- زمانی اصلی در سطح تجزیه  $L$  به زیر سری تقریبی  $A$  و زیرسری‌های جزئی  $d_j$  (ب) اگر قدرمطلق زیرسری‌های جزئی



شکل (۲): شکل شماتیک رفع نویز موجکی داده‌ها

بود، مورد بررسی قرار گرفت. به منظور نشان دادن تغییرات سری‌های زمانی هیدرولوژیکی در مقیاس‌های مختلف

داده‌های ماهانه تراز آب زیرزمینی در حوضه دشت اردبیل که از پانزده ایستگاه هیدرولوژیکی مجزا اخذ شده

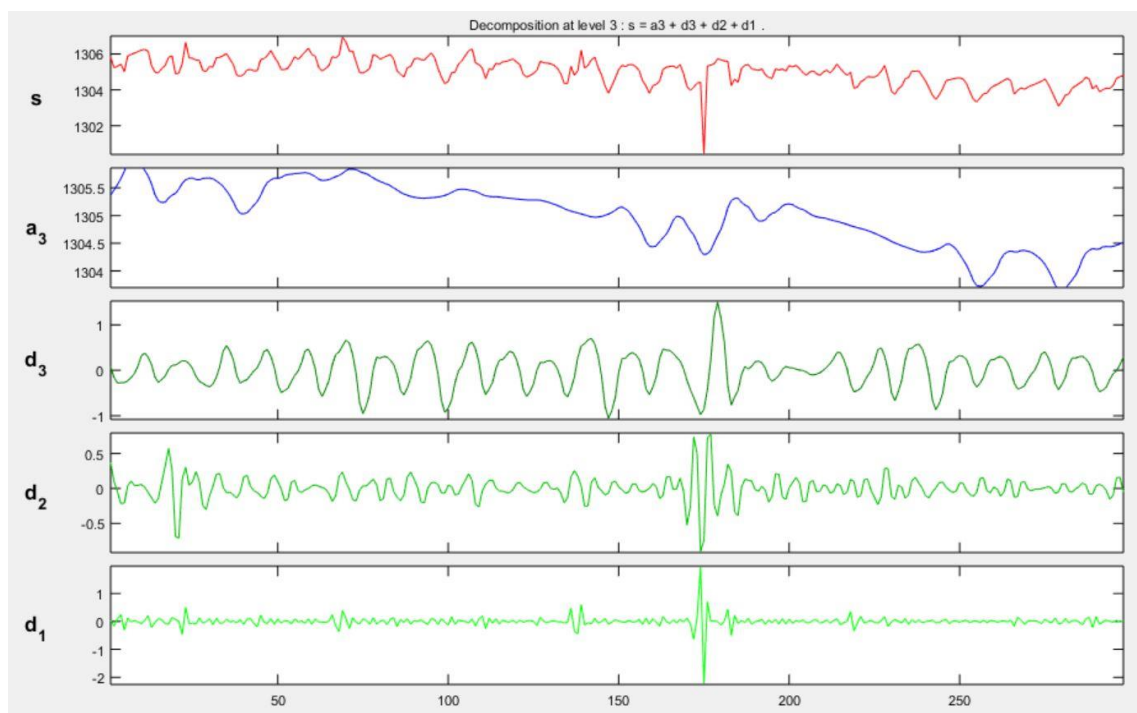
در انتخاب درجه تجزیه نیز، سری زمانی تراز آب زیرزمینی در درجه  $L$  منجر به  $L+1$  زیرسری (یک زیرسری تقریبی  $Pd_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, L$ )) شد. درجه تجزیه ۳ به عنوان درجه تجزیه بهینه مطابق رابطه زیر در نظر گرفته شد (نورانی و همکاران، ۲۰۱۵):

$$L = \log N \quad (5)$$

که در آن  $L$  و  $N$  به ترتیب درجه تجزیه و طول سری زمانی می باشد. در این مطالعه با داشتن  $N=357$ ،  $L=2/55$  به دست می آید که درجه تجزیه ۳ در نظر گرفته شد. تبدیل سری های زمانی تراز آب زیرزمینی به زیرسری های جزئی در پیرومتر ۴ بصورت نمونه در طول باکس تبدیل موجک در شکل شماره (۳) آورده شده است.

سری های ماهانه توسط تبدیل موجک در نرم افزار مطلب (MATLAB) در ۳ سطح تجزیه شدند.

ضرائب جزئی و تقریبی از تجزیه یک سیگنال توسط تبدیل موجک گسسته حاصل شدند. ضرائب تقریبی ( $A$ ) نشانگر ضرایب تبدیل موجک با وضوح درشت می باشند که روند کلی را در سری نشان می دهند و  $D1, D2, D3$  ضرایب جزئی می باشند که اطلاعات جزئی از روندها در سری زمانی هیدرولوژیکی ارائه می دهند انتخاب موجک مادر مناسب نقش مهمی را در تبدیل موجک دارد. با توجه به ساختار موجک مادر Daubechies-4 (db4) و شباهت سیگنال تراز آب زیرزمینی به آن، موجک مادر db4 می تواند ویژگی های سیگنال را در برگیرد و به عنوان موجک مادر تجزیه کننده در این پژوهش انتخاب گردید (نورانی و همکاران، ۲۰۱۵).



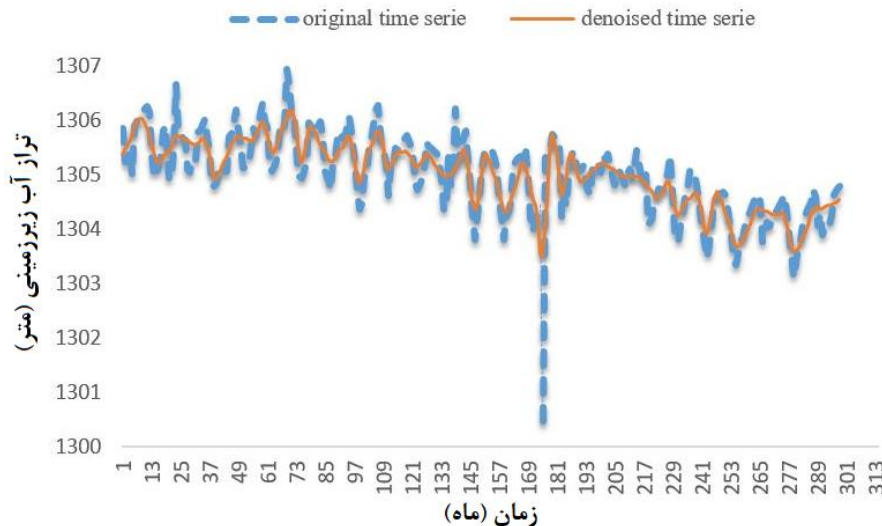
شکل (۳): زیرسری های زمانی تراز آب زیرزمینی در مقیاس ماهانه در ایستگاه P4

نوسانات بزرگ را در برمی گیرد. در ادامه برای ترکیب هر کدام از زیرسری های جزئی با زیرسری های تقریبی، مقادیر آنژیروبی محاسبه می گردد. شکل ۴ نمودار سری زمانی اصلی

با توجه شکل ۴ هر کدام از سری های جزئی  $D1, D2, D3$  نوسانات متعددی را در برمی گیرد، بصورتی که سری جزئی  $D1$  شامل نوسانات کوچک،  $D2$  نوسانات متوسط و  $D3$



و سری زمانی رفع نویز شده را توسط موجک مادر db4 در سطح ۳ برای پیژومتر ۴ نشان می‌دهد.



شکل (۴): سری‌های زمانی اصلی و رفع نویز شده پیژومتر P4 دشت اردبیل.

اگر  $X$  متغیر تصادفی گسسته با مقادیر  $X_1, X_2, X_3, \dots$  و  $X_N$  احتمالات متناظر  $P_1, P_2, \dots, P_N$  باشد، آنتروپی شانون از رابطه زیر محاسبه می‌شود (سینگ، ۲۰۱۱):

$$H(X) = -\sum_{i=1}^N p(x_i) \log[p(x_i)] \quad (۶)$$

که در دو رابطه اخیر،  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی و  $H(X, Y)$  آنتروپی مشترک  $X$  و  $Y$ ،  $MI(X, Y)$  اطلاعات مشترک بین  $X$  و  $Y$ ،  $(x_i, y_i)$  زوج مرتب‌هایی است که  $x_i \in X$  و  $y_i \in Y$  و  $P(*)$  احتمال  $(*)$  است. طبق تعریف رابطه زیر همواره برقرار است (بانگ و همکاران، ۲۰۰۰):

$$MI(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) \quad (۷)$$

لازم به توضیح است که  $H(X)$  و  $H(Y)$  با استفاده از رابطه ۸ محاسبه می‌شوند. همچنین  $H(A|B)$  آنتروپی (محتوای اطلاعاتی) مشترک  $A$  به شرط  $B$  نامیده می‌شود و تعریف آن بدین گونه است (مایس و همکاران، ۱۹۹۷):

$$H(X, Y) = -\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p(x_i, y_j) \log[p(x_i, y_j)] \quad (۸)$$

نوسانات کوچکی سری زمانی تراز آب زیرزمینی به علت ماهیت سری زمانی تراز آب زیرزمینی نبوده اما به طور کلی می‌تواند به دلایل محیطی بوده از جمله نتیجه مصارف کشاورزی از آب‌های زیرزمینی و تغییرات اقلیمی در یک کلمه عوامل خارجی باشد. هم‌چنین این نوسانات کوچک می‌تواند مربوط به خطای اندازه‌گیری (نویز) باشد که می‌تواند از طریق فرآیند رفع نویز حذف شود.

### آنتروپی و تابع اطلاعات مشترک

برای کم کردن میزان نوسانات انرژی سیگنال و همچنین به دست آوردن میزان پیچیدگی با استفاده از انرژی‌های به دست آمده می‌توان از آنتروپی استفاده کرد. شانون در سال ۱۹۴۸، آنتروپی (محتوای اطلاعاتی) را به صورت ریاضی و با استفاده از توزیع احتمالاتی داده‌ها فرمولبندی کرده و آن را به عنوان معیار سنجش بینظمی، آشفتگی، عدم قطعیت و اطلاعات معرفی کرد.

### نتایج رفع نویز موجکی

آنتروپی سری‌های زمانی تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل با استفاده از روابط و توضیحات داده شده در قسمت مواد و روش‌ها، محاسبه گردید و نتایج مربوط به تمام پیژومترها در جدول (۱) آورده شده است. با توجه به نتایج آنتروپی بدست آمده برای تراز آب زیرزمینی پیژومترهای مورد بررسی در جدول (۱)، مقدار آنتروپی محاسبه شده برای پیژومترهای مختلف متفاوت بوده و در بعضی پیژومترها بسته به شرایط تراز آب زیرزمینی اختلاف بیشتری با یکدیگر دارد. بررسی نتایج بدست آمده بیانگر این است که مقدار آنتروپی پیژومتر ۳، ۸ و ۱۴ از بقیه پیژومترهای مورد بررسی بیشتر بوده و در مقابل پیژومتر ۱۲ از میزان آنتروپی کمی برخوردار می‌باشد. پیژومتر ۱۲ در جنوب دشت و در منطقه‌ای ممنوعه واقع شده است و به دلیل برداشت زیاد از این پیژومتر روند طبیعی در آن مشاهده نمی‌شود. در جدول (۱) هم‌چنین مقادیر آنتروپی سری‌های زمانی تراز آب بعد از رفع نویز موجکی آورده شده است. نتایج بدست آمده از محاسبات آنتروپی بیانگر این است که بعد از عملیات دی نویز کردن سری‌های مورد استفاده نتایج تغییر کرده و مقادیر آنتروپی در پیژومترهای مورد مطالعه افزایش داشته است که نشان از افزایش روند طبیعی سری‌های زمانی بعد از اعمال رفع نویز موجکی می‌باشد.

آنتروپی و MI از جنس اطلاعات هستند. اگر از بین چند متغیر لازم باشد که تعدادی به عنوان ورودی یک مدل برگزیده شوند و در این راه هیچ معیاری در دست نباشد، گزینش متغیرهایی که آنتروپی و یا اطلاعات بالاتری داشته باشند معقول به نظر می‌رسد.

احتمال وقوع یک پدیده، عدم قطعیت آن و میزان آنتروپی یا اطلاعات با هم مرتبط هستند. اگر احتمال وقوع پدیده‌های زیاد باشد، میزان آنتروپی آن کم است و بالعکس. به عبارت بهتر، برای تبیین پدیده‌های با احتمال وقوع کم و عدم قطعیت زیاد اطلاعات (آنتروپی) زیادی لازم است.

### نتایج و بحث

در مرحله اول کار، مقدار آنتروپی برای سری‌های زمانی اصلی و رفع‌نویز شده تراز آب زیرزمینی محاسبه گردید. در مرحله بعدی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و جعبه ابزار موجک مقادیر آنتروپی، محتوای اطلاعات مشترک و ضریب همبستگی خطی را برای ترکیب زیرسری‌های جزئی پارامتر تراز آب زیرزمینی  $(A+D1, A+D2, A+D3)$   $D1, D2, D3$  محاسبه گردید. در این مرحله با مقایسه مقادیر آنتروپی، محتوای اطلاعات مشترک و ضریب همبستگی خطی ترکیب زیرسری‌ها و سری‌های زمانی اصلی، زیر سری تاثیرگذار در روند سری زمانی تراز آب زیرزمینی در هر پیژومتر تعیین گردید.

جدول (۱): مقادیر آنتروپی داده‌های تراز آب زیرزمینی پیژومترهای مورد مطالعه قبل و بعد از رفع نویز موجکی

ایستگاه پیژومتری	آنتروپی قبل از دی نویز	آنتروپی بعد از دی نویز
P1	۲/۳۱۶۶	۲/۳۷۰۹
P2	۲/۲۶۹۲	۲/۳۵۳۴
P3	۲/۳۴۹۷	۲/۴۱۹۴
P4	۲/۱۵۱۷	۲/۳۶۱۸
P5	۲/۲۹۵۱	۲/۲۸۲۱
P6	۲/۲۶۱۲	۲/۳۳۸۲
P7	۲/۲۳۶۷	۲/۳۷۴۷
P8	۲/۳۱۴۵	۲/۳۲۸۴
P9	۲/۲۹۷۱	۲/۳۶۱۸
P10	۲/۱۰۷۲	۲/۳۲۹۷
P11	۲/۰۹۷۸	۲/۳۱۱۸
P12	۱/۹۹۳۲	۲/۲۶۰۴
P13	۲/۲۳۶۵	۲/۳۴۶۴
P14	۲/۳۰۵۹	۲/۳۰۹۰
P15	۲/۲۹۳۶	۲/۳۰۳۳

### نتایج آنتروپی سری‌های جزئی

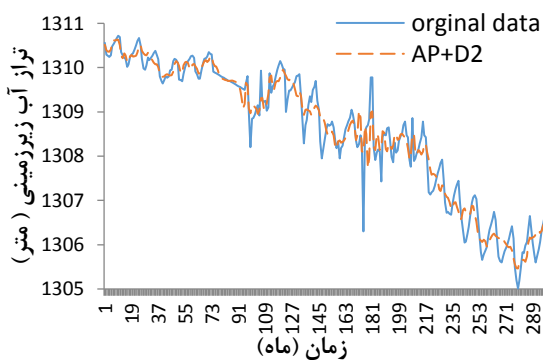
بعد از محاسبه مقدار آنتروپی برای سری‌های زمانی اصلی و رفع نویز شده تراز آب زیرزمینی در مرحله قبل، در این مرحله با استفاده از نرم‌افزار MATLAB مقدار آنتروپی، MI و ضریب همبستگی خطی ترکیب زیرسری‌ها (A+D1, A+D2, A+D3) محاسبه می‌گردد. هدف از انجام این بخش یافتن زیرسری جزئی تاثیرگذار در روند پارامتر تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل با استفاده از سه معیارهای آنتروپی، تابع اطلاعات مشترک و ضریب همبستگی خطی می‌باشد تا بهترین معیار شناسایی گردد. نتایج مربوط به مقادیر آنتروپی، MI و ضریب همبستگی خطی ترکیب زیرسری‌ها در جدول شماره (۲) آورده شده است. در هر سه مورد، مقادیر بالای معیارها (پررنگ شده) نشان دهنده حاکم بودن آن زیرسری در روند سری‌های زمانی تراز آب زیرزمینی پیژومترهای دشت اردبیل می‌باشد. آنتروپی جزو معیارهای غیر نظارت شده هستند چون از ویژگی‌های ساختاری زیرسری‌های زمانی می‌باشند و محاسبه آن‌ها

بدون در نظر گرفتن رابطه زیرسری‌ها با سری زمانی اصلی تراز آب زیرزمینی انجام می‌پذیرد. اعداد بلد شده زیرسری‌های تاثیرگذار را با معیار آنتروپی نمایش می‌دهد. ارتباط بین ترکیب زیرسری‌های زمانی و سری‌های اصلی تراز آب زیرزمینی با معیارهای MI و ضریب همبستگی نیز در جدول ۲ برای ۱۵ پیژومتر انتخابی دشت اردبیل نمایش داده شده است. بزرگترین مقادیر MI و ضریب همبستگی خطی در این جداول به صورت پررنگ نشان داده شده است. لازم به توضیح است که ضریب همبستگی و MI جزئی معیارهای نظارت شده هستند و به دلیل اینکه رابطه بین ورودی و خروجی را در نظر می‌گیرند، معیارهای مناسب‌تری هستند. از سوی دیگر با توجه به ماهیت غیرخطی معیارهای آنتروپی و MI به نظر می‌رسد توانایی این دو برای تعیین ترکیبی زیرسری‌های زمانی به عنوان زیرسری زمانی تاثیرگذار که معیاری غیرخطی هستند بهتر از معیارهای خطی باشد. پس به نظر می‌رسد معیار MI که معیاری نظارت شده و هم‌چنین غیرخطی می‌باشد معیار دقیق‌تری باشد.

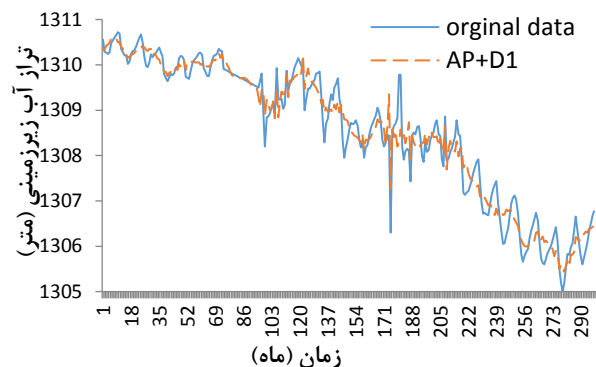
جدول (۲): مقادیر آنتروپی سری‌های جزئی مربوط تراز آب زیرزمینی پیژومترهای مورد مطالعه

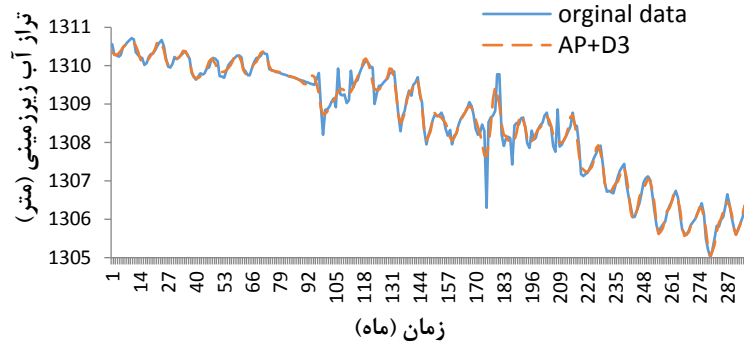
ایستگاه	آنتروپی			MI			ضریب همبستگی		
	A+D1	A+D2	A+D3	A+D1	A+D2	A+D3	A+D1	A+D2	A+D3
P1	۲/۳۶۸۵	۲/۳۷۷۰	۲/۳۸۷۱	۲/۲۱۰۹	۲/۲۱۹۳	۲/۲۳۱۵	۰/۹۵۹	۰/۹۶۴	۰/۹۸۳
P2	۲/۲۹۶۹	۲/۳۴۸۲	۲/۳۲۱۴	۲/۱۱۸۹	۲/۱۶۶۹	۲/۱۵۲۲	۰/۹۸۱	۰/۹۷۳	۰/۹۶۹
P3	۲/۴۰۰۰	۲/۳۹۵۹	۲/۳۷۳۳	۲/۲۷۷۴	۲/۲۷۷۴	۲/۲۶۱۶	۰/۹۹۶۳	۰/۹۹۵	۰/۹۹۶۴
P4	۲/۳۲۰۵	۲/۳۷۳۹	۲/۳۸۸۱	۲/۰۰۰۱	۲/۰۵۱۴	۲/۰۶۹۶	۰/۸۱۴	۰/۷۹۷	۰/۹۲۴
P5	۲/۳۱۱۷	۲/۲۷۹۶	۲/۳۲۶۴	۲/۱۳۸۶	۲/۱۰۶۵	۲/۱۶۳۴	۰/۹۹۵۵	۰/۹۹۵	۰/۹۹۷
P6	۲/۳۲۳۱	۲/۳۳۵۸	۲/۳۵۷۸	۲/۱۲۰۲	۲/۱۳۰۹	۲/۱۵۴۸	۰/۹۹۷	۰/۹۹۶۲۹	۰/۹۹۶۳۳
P7	۱/۹۹۵۹	۲/۱۲۷۵	۲/۲۶۵۲	۱/۵۱۲۱	۱/۶۳۴۱	۱/۷۶۵۷	۰/۸۲۶	۰/۷۳۳	۰/۶۸۴
P8	۲/۳۴۹۲	۲/۳۴۶۴	۲/۳۶۶۵	۲/۱۸۹۴	۲/۱۸۸۷	۲/۲۰۸۸	۰/۹۵۵	۰/۹۵۹	۰/۹۷۷
P9	۲/۳۶۶۶	۲/۳۴۲۹	۲/۳۵۸۳	۲/۱۸۹۵	۲/۱۶۵۷	۲/۱۸۵۲	۰/۸۲۵۹	۰/۸۲۶۵	۰/۹۲۰
P10	۲/۳۵۲۵	۲/۳۳۲۴	۲/۳۶۹۴	۱/۹۸۹۵	۱/۹۶۷۴	۲/۰۰۴۴	۰/۹۲۵	۰/۹۲۶	۰/۹۷۹
P11	۲/۳۲۳۴	۲/۳۲۶۶	۲/۳۴۷۷	۱/۹۴۹۰	۱/۹۵۶۳	۱/۹۷۱۳	۰/۸۷۸	۰/۸۷۷	۰/۹۲۲
P12	۱/۹۹۰۹	۲/۱۴۸۱	۲/۳۳۹۴	۱/۵۸۵۶	۱/۷۰۵۴	۱/۸۷۸۶	۰/۹۰۳	۰/۸۳۹	۰/۷۴۰
P13	۲/۳۴۵۶	۲/۳۵۶۹	۲/۳۵۶۵	۲/۱۱۰۰	۲/۱۲۳۲	۲/۱۲۰۸	۰/۹۸۵	۰/۹۸۴	۰/۹۹۲
P14	۲/۳۵۹۸	۲/۳۴۱۶	۲/۳۵۶۸	۲/۱۹۵۵	۲/۱۷۳۲	۲/۱۹۰۴	۰/۹۶۵	۰/۹۶۹	۰/۹۹۳
P15	۲/۳۲۴۹	۲/۳۵۰۳	۲/۳۵۶۵	۲/۱۶۴۱	۲/۱۷۸۶	۲/۱۹۲۸	۰/۹۹۰۳	۰/۹۹۰	۰/۹۹۳

استفاده می‌شود. از بین پیژومترهای ۲، ۳، ۶، ۷، ۱۲، ۱۳ و ۱۴، به عنوان نمونه نمودار ترکیب زیرسری‌ها در مقابل سری‌زمانی اصلی تراز آب زیرزمینی در پیژومترهای ۷ و ۱۲ در شکل‌های ۵ و ۶ ارائه گردیده است. مطابق شکل ۵، در ایستگاه ۷ در مقیاس ماهانه از بین ترکیب‌های مختلف A+Dj، ترکیب A+D3 دارای نزدیکترین شکل به سری زمانی اصلی می‌باشند.



معیارهای MI و آنتروپی در تمام پیژومترها نتایج یکسانی را معرفی کردند. اما در پیژومترهای ۲، ۳، ۶، ۷، ۱۲، ۱۳ و ۱۴ نتایج معیارهای MI و آنتروپی با نتایج ضریب همبستگی خطی متفاوت می‌باشد. برای آزمایش اینکه کدام معیار نتایج درست را بیان کرده و تأثیرگذارترین زیرسری را برای سری‌زمانی تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل به درستی معرفی می‌نماید از رسم نمودارهای ترکیب زیرسری در مقابل سری زمانی تراز آب زیرزمینی در برخی پیژومترها

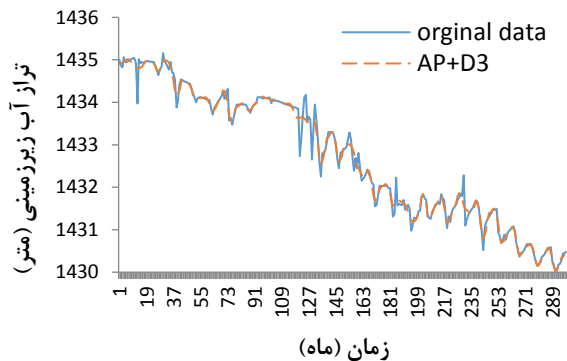




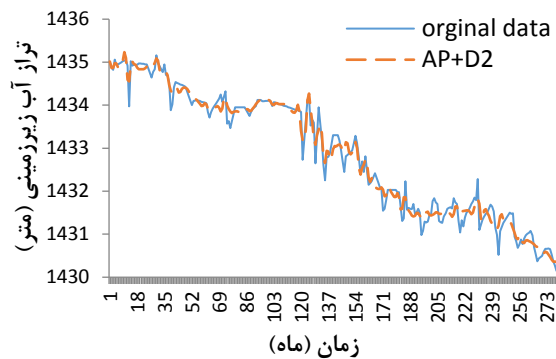
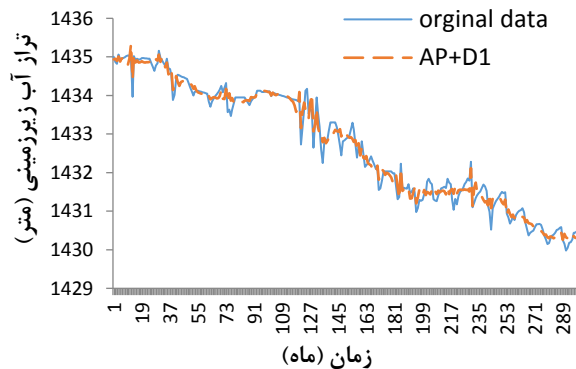
شکل (۵) نمودار ترکیب زیرسری‌های زمانی ( $A+D1$ ,  $A+D2$ ,  $A+D3$ ) در مقابل سری‌های زمانی اصلی پیزومتر ۷.

پارامتر تراز آب زیرزمینی در دشت اردبیل پرداخته بودند، همخوانی دارد. بررسی نتایج و نمودارهای حاصل از شکل-های ۵ و ۶ نشان داد که معیارهای MI و آنتروپی نسبت به معیار ضریب همبستگی خطی نتایج درستی را نشان می‌دهد.

شکل ۶ نمودار ترکیب زیرسری‌ها در مقابل سری‌های زمانی اصلی تراز آب زیرزمینی را در پیزومتر ۱۲، در مقیاس ماهانه نشان می‌دهد که در این ایستگاه نیز، ترکیب  $A+D3$  دارای نزدیکترین نمودار به سری زمانی اصلی می‌باشند. این نتیجه با نتایج پژوهش دانشور و ثوقی (۱۳۹۷) که با استفاده از روش من‌کنندال به تعیین زیرسری زمانی تأثیرگذار در روند



شکل (۶) نمودار ترکیب زیرسری‌های زمانی ( $A+D1$ ,  $A+D2$ ,  $A+D3$ ) در مقابل سری‌های زمانی اصلی پیزومتر ۱۲



### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این پژوهش به بررسی اثر رفع نویز موجکی بر میزان آنتروپی سری‌های زمانی تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل پرداخته شد و در گام دوم از معیارهای مختلف همبستگی

برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌گردد برای سایر سری-های زمانی هیدرولوژیکی از جمله تبخیر؛ دما؛ تراز آب و... از روش رفع نویز موجکی برای محاسبه آنتروپی استفاده شود و اثر رفع نویز موجکی بر میزان آنتروپی آن‌ها بررسی گردد. همچنین از سایر روش‌های رفع نویز برای دی نویز کردن سری زمانی تراز آب زیرزمینی استفاده شود و اثر روش‌های مختلف بر میزان آنتروپی سری‌های زمانی محاسبه شود. همچنین پیشنهاد می‌گردد نتایج روش آنتروپی و محتوای اطلاعاتی مشترک در تعیین زیر سری زمانی تاثیر گذار سری‌های زمانی هیدرولوژیکی با سایر روش‌های تعیین سری‌های زمانی تاثیر گذار از جمله روش من کندال مقایسه شود تا روش درست و مناسب انتخاب گردد.

خطی، آنتروپی و تابع اطلاعاتی مشترک برای تعیین زیرسری زمانی تأثیرگذار در سری زمانی تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل استفاده گردید و معیار مناسب انتخاب گردید. در جریان پژوهش به منظور بررسی و تحلیل و استخراج نتایج از آمار ماهانه ۱۵ پیژومتر واقع در سراسر دشت اردبیل در بازه زمانی سالهای ۱۳۷۴ تا ۱۳۹۸ استفاده شد. نتایج و یافته‌های پژوهش نشان داد که مقادیر آنتروپی پیژومترها بعد از دی نویز کردن اطلاعات افزایش پیدا کرده است. هم-چنین از بین سه معیار آنتروپی، MI و ضریب هم‌بستگی خطی، معیارهای MI و آنتروپی توانستند بدرستی زیرسری زمانی موثر در روند سری زمانی تراز آب زیرزمینی دشت اردبیل را نسبت به معیار خطی ضریب همبستگی شناسایی کند. زیرسری A+D3 در اکثر پیژومترهای دشت اردبیل به عنوان زیرسری تأثیرگذار شناخته شد.

## منابع

- دانشور و ثوقی، ف.، شاکر، ر. ۱۳۹۷. بررسی روند تغییرات تراز آب زیرزمینی با روش ترکیبی من کندال- تبدیل موجک (مطالعه موردی- دشت اردبیل)، دوره ۴، شماره ۳، ص ۲۴۳-۲۵۳.
- کماسی، م.، شرقی، س. نورانی، و. ۱۳۹۵. شناسایی عوامل مؤثر بر کاهش تراز آب زیرزمینی با بهره‌گیری از معیار موجک- آنتروپی (مطالعه موردی: آبخوان دشت سیلاخور)، دوره ۳، شماره ۹، ص ۸۶-۶۳.
- نورانی، و.، رنجبر، س.، توتونچیان، ف. ۱۳۹۴. بررسی تغییرات فرآیندهای هیدرولوژیکی با استفاده از معیاره موجک- آنتروپی (مطالعه موردی: دریاچه ارومیه)، نشریه مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تبریز، سال ۴۵ شماره ۸۰، ص ۷۵-۸۶.
- Amorocho, J. and Espildora, B. 1973. Entropy in the assessment of uncertainty in hydrologic systems and models, *Water Resources Research*. 9: 1522-1551.
- Caselton, W. F. and Husain, T. 1980. Hydrological networks: Information transmission, *Journal of Water Resources Planning & Management*. 106: 503-520.
- Chou, M. 2014. Complexity Analysis of Rainfall and Runoff Time Series Based on Sample Entropy in Different Temporal Scales, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 28: 1401-1408.
- Costa, M., Goldberger, A. L., Peng, C. K. 2002. Multiscale Entropy Analysis of Complex Physiologic Time Series, *Physical Review Letters*. 89 (6): 068102.
- Donoho, D.H. 1995. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Transactions on Information Theory*. 41(3): 613-617.
- Kagan, A. M., Linnik, Yu. V. and Rao, C. R. 1973. *Characterization Problems in Mathematical Statistics*, Wiley, New York. 408-410.



Krstanovic, P. F. and Singh, V. P. 1992. Evaluation of rainfall networks using entropy I: Theoretical development, *Water Resources Management*. 6: 279–293.

Li, Z., Zhang, Y. K. 2008. Multi-Scale Entropy Analysis of Mississippi River Flow, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 22: 507-512.

Maruyama, T., Kawachi, T. and Singh, V.P. 2005. Entropy-based assessment and clustering of potential water resource availability. *Journal of hydrology*. 309:104-113.

Nourani, V., Nezamdoost, N., Samadi, M., Daneshvar Vousoughi, F. 2015. Wavelet-based trend analysis of hydrological processes at different timescales. *Journal of Water Climate Change*. 6(3): 414–435.

Pincus, S. M. 1991. Approximate Entropy as a Measure of System Complexity, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 15: 2297- 2301.

Shannon, C.E. 1948. A Mathematical Theory of Communications I and II. *Bell, System Technical Journal*. 3: 379-443.

Singh, V. P. 2011. Hydrologic synthesis using entropy theory: Review, *Journal of Hydrologic Engineering*. 16: 421-433.

Sonuga, J. O. 1972. Principle of maximum entropy in hydrologic frequency analysis. *Journal of Hydrology*. 17: 177–219.

Yang, H. H., Vuuren, S. V., Sharma, S. and Hermansky H. 2000. Relevance of time-frequency features for phonetic and speaker-channel classification. *Speech Communication*. 31: 35-50.



## The Entropy Analysis of Groundwater Level Time Series in Ardabil Plain

Farnaz Daneshvar Vousoughi<sup>1</sup>

### Abstract

The hydrological and geomorphological changes in catchments is one of the most important challenges today. Analysis of hydrological time series such as groundwater level plays an important role in the behavior identification of them against various factors. In this study, the effect of wavelet based de-noising on the entropy of groundwater level time series in Ardabil plain has been investigated. Also, the effective sub-series of the groundwater level time series process were identified using three criteria: entropy, mutual information (MI) and linear correlation coefficient. The results showed that the entropy of the groundwater level time series increased using wavelet based de-noising method. The increase of entropy indicates an increase natural fluctuations in the groundwater level time series and thus indicates the occurrence of a favorable trend in it. Also, the results showed that MI and entropy criteria, due to nonlinear nature, can accurately demonstrate the dominant sub-series in the groundwater level process. A+D3 combination was considered as the dominant sub-series in most piezometers.

**Keywords:** Groundwater level, Wavelet based de-noising, Mutual Information, Ardabil plain

---

<sup>1</sup> Department of Civil Engineering, Ardabil Branch, Islamic Azad University, Ardabil, Iran