

## کاربرد مدل غیرخطی EGARCH در مدل سازی مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل

یوسف رضانی<sup>۱\*</sup>، محمد ناظری تهرودی<sup>۲</sup>

تاریخ ارسال: ۱۳۹۷/۱۲/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۰۲

مقاله پژوهشی

مقاله برگرفته از طرح پژوهشی به شماره ابلاغیه ۱۳۹۷/۵/۹۳۸۲ مورخ ۱۳۹۷/۰۴/۳۱ مصوب دانشگاه بیرجند می باشد.

### چکیده

در مدل های چند متغیره سری زمانی با دخالت دادن عوامل مؤثر دیگر، می توان نتایج توصیف، مدل سازی و پیش بینی پارامترهای مختلف را بهبود بخشید. هم چنین از آنجا که مدل های غیرخطی واریانس شرطی، بخش باقی مانده مدل های خطی را به شکل مناسبی مدل می کنند، انتظار می رود با تلفیق مدل های خطی و غیرخطی، دقت مدل سازی و پیش بینی ها افزایش یابد. در این مطالعه از داده های مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل ایستگاه های شرق کشور (ایستگاه بیرجند، مشهد، زاهدان و زابل) در دوره آماری ۲۰۱۰-۱۹۷۳ در مقیاس ماهانه استفاده شده است. از آنجایی که مدل هدف چند متغیره می باشد، علاوه بر داده های تبخیر و تعرق پتانسیل، از داده های رطوبت نسبی، سرعت باد و ساعات آفتابی نیز جهت مدل سازی تبخیر و تعرق پتانسیل ماهانه استفاده شده است. مدل های مورد بررسی در این تحقیق، دو مدل MPAR-EGARCH و MPAR می باشد. نتایج بررسی و صحت سنجی داده های مدل شده نشان داد که هر دو مدل مورد بررسی از دقت بالایی برخوردار هستند. در این مطالعه در تمام موارد مدل چند متغیره تلفیقی با واریانس شرطی از دقت بیشتری نسبت به مدل چند متغیره پریودیک آرما برخوردار بودند. هم چنین نتایج نشان داد که مدل تلفیقی MPAR-EGARCH نقاط کمینه و بیشینه داده های مورد بررسی را به خوبی برازش داده است. متوسط میزان خطا در تخمین مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل توسط مدل MPAR در ایستگاه های بیرجند، مشهد، زابل و زاهدان به ترتیب برابر با ۰/۴، ۰/۴۳، ۱/۰۵ و ۳/۰۴ و در مدل های تلفیقی MPAR-EGARCH به ترتیب برابر با ۰/۱۶، ۰/۱۹، ۰/۵۵ و ۰/۵۹ می باشد.

واژه های کلیدی: مدل های فصلی، تبخیر و تعرق پتانسیل، مدل واریانس شرطی خودهمبسته، مدل چند متغیره.

<sup>۱</sup> - دانشیار گروه علوم و مهندسی آب دانشگاه بیرجند و عضو گروه پژوهشی خشک سالی و تغییر اقلیم دانشگاه بیرجند.  
y.ramezani@birjand.ac.ir (نویسنده مسئول)

<sup>۲</sup> - دانش آموخته دکتری منابع آب گروه علوم و مهندسی آب دانشگاه بیرجند و عضو گروه پژوهشی خشک سالی و تغییر اقلیم دانشگاه بیرجند.  
Email: m\_nazeri2007@yahoo.com



## مقدمه

امروزه تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی به‌طور وسیعی در بسیاری از شاخه‌های مهندسی، علوم فیزیک و اقتصاد مورد استفاده واقع می‌شود و می‌توان گفت که بیشتر شاخه‌های علوم منجر به مطالعه داده‌هایی می‌شوند که به شکل سری‌های زمانی رخ می‌دهند. منظور از یک سری زمانی مجموعه‌ای از داده‌های آماری است که در فواصل زمانی مساوی و منظمی جمع آوری شده باشند و روش‌های آماری که این‌گونه داده‌های آماری را مورد استفاده قرار می‌دهد، تحلیل سری‌های زمانی نامیده می‌شود. پیش‌بینی پارامترهای هیدرولوژیکی در هر ماه یا هر سال و برای هر منطقه به‌عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترهای جوی و منبع اصلی تأمین‌کننده آب‌های سطحی و زیرزمینی برای برنامه‌ریزی در امورات مختلف زندگی اجتماعی انسان، از اهمیت ویژه‌ای در استفاده بهینه از منابع آب برخوردار است. دقت پیش‌بینی‌های هیدرولوژی و منابع آب می‌تواند اطلاعات مفیدی را برای برنامه‌ریزی، کاربری ارضی، طراحی پروژه‌های عمرانی و مدیریت منابع آب در دسترس قرار دهد. Box et al. (1964) در فراهم آوردن یک روش کلی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی سهم بسزایی داشته‌اند. آن‌ها با تأکید بر تفاضلی کردن توانستند الگوهایی را برای سری‌های نامانا بسازند و رده کلی الگوهای آریما<sup>۱</sup> به آن‌ها نسبت داده می‌شود. اخیراً پژوهشگران به‌منظور تحلیل تغییرات پارامترهای اقلیمی تلاش نموده‌اند تا این پارامترها را الگوسازی و سپس شبیه‌سازی نمایند. الگوسازی در خانواده‌های اتورگرسیو با میانگین متحرک<sup>۲</sup> (آرما، آریما و ساریما<sup>۳</sup>)، یکی از شیوه‌های معتبر در شبیه‌سازی

فراسنج‌های اقلیمی<sup>۴</sup> است (Box et al. 1964). سری‌های زمانی از دیرباز در منابع علمی جهان دارای کاربردهای زیادی بوده است. از این‌گونه پژوهش‌ها و مطالعات می‌توان به مطالعات Hansen and Lebedeff (1988), Bloomfield and Nychka Komornik (1990), Folland (1992) اشاره نمود. et al. (2006) عملکرد مدل‌های غیرخطی سری زمانی را در پیش‌بینی فرآیندهای هیدرولوژیکی مورد مقایسه قرار دادند. در این تحقیق از داده‌های میانگین ماهانه جریان رودخانه واقع در هفت ایستگاه هیدرومتری حوضه رودخانه آلپاین<sup>۵</sup> در کشور اسلواکی جهت برازش مدل‌های غیرخطی TAR و SETAR استفاده شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که مدل TAR نسبت به مدل SETAR پیش‌بینی‌های دقیق‌تری ارائه می‌نماید. Caiado (2007) عملکرد مدل‌های یک پارامتری سری‌های زمانی را در پیش‌بینی میزان آب مصرفی در مقیاس‌های روزانه و هفتگی اسپانیا از سال ۲۰۰۱ الی ۲۰۰۶ مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق، مدل‌های ARIMA و GARCH بر روی سری داده‌های مشاهداتی برازش داده شده و کارایی این مدل‌ها مورد ارزیابی و تأیید قرار گرفت. در ضمن جهت بهبود نتایج پیش‌بینی پیشنهاد شده که از مدل‌های ترکیبی استفاده گردد. Dogan et al. (2007) از دو روش شبکه‌های عصبی مصنوعی و روش اتورگرسیو برای پیش‌بینی جریان طغیانی روزانه در حوضه ساکاریا استفاده کردند. نتایج حاکی از دقت بالای مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی بازگشت‌کننده در پیش‌بینی جریان طغیانی روزانه می‌باشد. (Ghanbarpour 2010) از مدل‌های سری زمانی ARIMA<sup>۶</sup> و DARMA<sup>۶</sup> برای شبیه‌سازی دبی جریان رودخانه سنگ سوراخ استفاده کردند. نتایج

4 - Climate metrics

5 - Alpine

6- Deseasonalized Auto Regressive Moving Average (DARMA)

1 - Autoregressive integrated moving average

2 - Autoregressive with moving average

3 - Seasonal autoregressive integrated moving average

چندمتغیره خودهمبسته آرما و مدل تلفیقی -MPAR EGARCH در مدل‌سازی سری زمانی تبخیر و تعرق پتانسیل ماهانه ایستگاه‌های مورد بررسی می‌باشد. با توجه به ازدیاد مدل‌های مورد بررسی در شبیه‌سازی و مدل‌سازی پارامترهای مختلف هیدرولوژیکی، مدل‌های خطی سری زمانی نیز نیاز به ارتقاء داشته و این امر با تلفیق این مدل‌ها با مدل‌های غیرخطی صورت می‌گیرد اما دقت این تلفیق باید سنجیده شود. هم‌چنین با توجه به تصادفی بودن مدل‌های سری زمانی استفاده از آن‌ها در مدل‌سازی پارامترهایی نظیر پارامترهای هیدرولوژیکی که خود ماهیت تصادفی دارند بهتر به نظر می‌رسد. از آنجا که مدل‌های خطی عموماً به صورت تک متغیره بررسی رواج پیدا کرده‌اند، لذا استفاده از مدل‌های چند متغیره با توجه به همبستگی بین متغیرهای هیدرولوژیکی ضروری به نظر می‌رسد. تفاوت عمده بین دو مدل خطی MPAR و غیرخطی EGARCH در مدل‌سازی ساختار داده‌ها می‌باشد. مدل خطی سری زمانی بر سری زمانی داده‌های مورد استفاده پیاده می‌شود ولی مدل غیرخطی بخش تصادفی مدل خطی را مدل‌سازی می‌کند و بر داده‌های اصلی به‌طور مستقیم تأثیرگذار نمی‌باشد.

### مواد و روش‌ها

#### مناطق و داده‌های مورد مطالعه

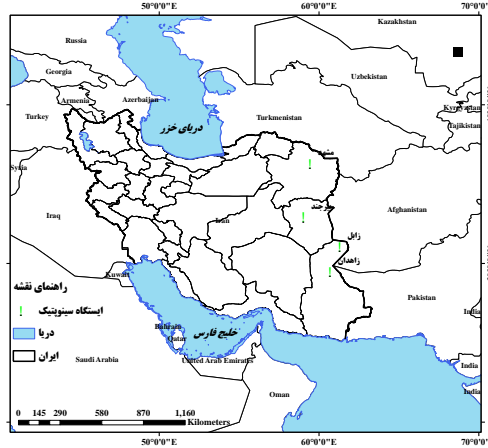
در این مطالعه از داده‌های مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل ایستگاه‌های استان‌های مرزی شرق ایران (ایستگاه بیرجند، مشهد، زاهدان و زابل) در دوره آماری ۲۰۱۰-۱۹۷۳ در مقیاس ماهانه استفاده شده است. از آنجایی که مدل هدف چند متغیره می‌باشد، علاوه بر داده‌های تبخیر و تعرق پتانسیل، از داده‌های رطوبت نسبی، سرعت باد و ساعات آفتابی استفاده شده است. موقعیت ایستگاه‌های مورد بررسی و

نشان داد که مدل ARIMA عملکرد بهتری در مدل‌سازی جریان هفتگی و ماهانه این رودخانه کارستی دارد. (Fereydooni et al (2012) مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی و ARMA را برای پیش‌بینی جریان رودخانه قره آغاج در جنوب غرب ایران به کار بردند. نتایج حاکی از آن بود که شبکه عصبی عملکرد بهتر داشته به‌طوری‌که خطای این مدل ( $m^3/s$ ) ۱/۹۵ بوده و مدل ARMA(1,13) با خطای ( $m^3/s$ ) ۵/۳۷ جریان رودخانه را پیش‌بینی کرده بود. (Valipour et al. (2013) از مدل‌های ARMA، ARIMA و مدل شبکه عصبی خودهمبسته، برای مدل‌سازی جریان ماهانه ورودی به مخزن سد دز استفاده کردند. طبق نتایج حاصله افزایش مرتبه مدل‌ها باعث بهبود دقت مدل‌سازی شده و مدل ARIMA نسبت به ARMA با دقت بیشتری توانسته جریان ماهانه را پیش‌بینی نماید و به‌طور کلی مدل شبکه عصبی خودهمبسته بهتر از مدل‌های سری زمانی جریان ورودی ماهانه به سد دز را مدل‌سازی کرده بود.

در مطالعات جدیدتر، رضانی و همکاران (۱۳۹۷) به بررسی مدل تلفیقی چند متغیره سری زمانی و مدل ARCH در مدل‌سازی مقادیر دبی پرداخته و دقت آن را تأیید کردند.

اصولاً استفاده از سری‌های چند متغیره در مدل‌سازی‌ها و پیش‌بینی‌های هیدرولوژی، نتایج بهتری از مدل‌های تک متغیره ارائه می‌کند. در این مطالعه دو هدف اساسی مدنظر است. نخست این‌که آیا مدل‌های چند متغیره سری زمانی که در ایران مطالعات چندانی در مورد آن صورت نگرفته است، در هیدرولوژی کاربرد دارد و این‌که دقت این مدل‌ها در چه حدی است. دوم این‌که آیا ترکیب مدل‌های چند متغیره و واریانس شرطی دقت مدل‌سازی را افزایش خواهد داد یا خیر. در این راستا دو مدل ترکیبی

مشخصات ایستگاه‌ها به ترتیب به شرح شکل ۱ و جدول ۱ ارائه گردید.



شکل (۱): موقعیت مناطق مورد مطالعه در ایران

جدول (۱): مشخصات ایستگاه‌های مورد استفاده (1 Knot=0.514 m/s)

ایستگاه	پارامتر	دوره آماری	متوسط پارامتر	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی
مشهد	بیشینه دما	۲۰۱۰-۱۹۷۲	۲۱/۵۶ (°C)	۵۹/۶۳	۳۶/۲۷
	کمینه دما		۷/۸۲ (°C)		
	رطوبت نسبی		۵۴/۰۸ (%)		
	سرعت باد		۱۷۲/۱۶ (Knot)		
	ساعات آفتابی		۸/۰ (hr)		
بیرجند	بیشینه دما	۲۰۱۰-۱۹۷۲	۲۴/۴۷ (°C)	۵۹/۲	۳۲/۸۷
	کمینه دما		۸/۲۴ (°C)		
	رطوبت نسبی		۳۵/۶۱ (%)		
	سرعت باد		۲۲۹/۸۵ (Knot)		
	ساعات آفتابی		۸/۹۹ (hr)		
زابل	بیشینه دما	۲۰۱۰-۱۹۷۲	۲۹/۷۶ (°C)	۶۱/۴۸	۳۱/۰۳
	کمینه دما		۱۴/۸۲ (°C)		
	رطوبت نسبی		۳۷/۵۰ (%)		
	سرعت باد		۵۰۱/۵۴ (Knot)		
	ساعات آفتابی		۸/۷۵ (hr)		
زاهدان	بیشینه دما	۲۰۱۰-۱۹۷۲	۲۶/۸۸ (°C)	۶۰/۸۸	۲۹/۴۷
	کمینه دما		۱۰/۴۹ (°C)		
	رطوبت نسبی		۳۳/۳۲ (%)		
	سرعت باد		۲۷۲/۸۱ (Knot)		
	ساعات آفتابی		۹/۰۴ (hr)		

### بررسی اولیه داده‌های مورد بررسی

جهت بررسی روند تغییرات مقادیر مورد بررسی در این تحقیق از روش من - کندال اصلاح شده استفاده گردید. لازمه مدل‌سازی مقادیر مورد بررسی عدم وجود روند در داده‌ها می‌باشد. به همین دلیل قبل از مدل‌سازی لازم است که روند تغییرات داده‌ها بررسی و در صورت وجود از سری اصلی حذف گردد. همچنین بررسی تصادفی بودن و همگنی داده‌ها نیز بررسی گردد. جهت بررسی استقلال و ایستایی و همگنی داده‌ها به ترتیب از آزمون‌های ران تست و ویلکاکسون استفاده می‌شود ( Kendall, 2005; Mann, 1945; Mendelhall and Reinmuth, 1982; Wang et al, 2005 and Wilcoxon, 1945; Ahmadi et al. 2018).

### مدل‌های MPAR<sup>1</sup>

جهت مدل‌سازی مدل‌های چند متغیره فصلی یا سالانه، بیش از یک سری داده در مقیاس فصلی یا سالانه در ایستگاه‌های منطقه مورد مطالعه مورد نیاز است. به‌طور کلی مدل‌های چند متغیره دوره‌ای خود همبسته برای n ایستگاه به صورت زیر محاسبه می‌گردد (Tsfaye, 2006):

$$Y_{v,\tau} = \sum_{i=1}^p \phi_{i,\tau} \cdot Y_{v,\tau-1} + \varepsilon_{v,\tau} \quad (1)$$

که در آن  $Y_{v,\tau}$  یک ماتریس  $N^*1$  از داده‌های نرمال شده مشاهداتی با میانگین صفر و انحراف معیار یک به اندازه v سال و  $\tau$  فصل،  $N^*N$  ماتریس  $\phi_{1,\tau}, \phi_{2,\tau}, \phi_{3,\tau}, \dots, \phi_{p,\tau}$

پارامترهای مدل خود همبسته دوره‌ای و  $\varepsilon_{v,\tau}$  یک ماتریس  $N^*1$  از سری باقی‌مانده مدل با میانگین صفر و ماتریس  $N^*N$  واریانس - واریانس است. این ماتریس

1 - Multivariate Periodic Autoregressive

به زمان و خودهمبستگی با تأخیر صفر وابسته است (Tsfaye, 2006):

تشریح مدل چند متغیره دوره‌ای AR(1)

$$Z_{v,\tau} = A_{i,\tau} \cdot Z_{v,\tau-1} + B_{\tau} \varepsilon_{v,\tau} \quad (2)$$

که در آن  $A_1$  و  $B$  ماتریس پارامترهای مدل هستند که به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} Z_t^{(1)} \\ Z_t^{(2)} \\ \vdots \\ Z_t^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^{11} a^{12} \dots a^{1n} \\ a^{21} a^{22} \dots a^{2n} \\ \dots \\ \dots \\ a^{n1} a^{n2} \dots a^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{t-1}^{(1)} \\ Z_{t-1}^{(2)} \\ \vdots \\ Z_{t-1}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$+ \begin{bmatrix} b^{11} b^{12} \dots b^{1n} \\ b^{21} b^{22} \dots b^{2n} \\ \dots \\ \dots \\ b^{n1} b^{n2} \dots b^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{(1)} \\ \varepsilon_t^{(2)} \\ \vdots \\ \varepsilon_t^{(n)} \end{bmatrix}$$

ماتریس پارامترهای  $A$  و  $B$  به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\hat{A}_{i,\tau} = \hat{M}_{i,\tau} \hat{M}_{0,\tau-1}^{-1} \quad (4)$$

$$\hat{B}_{\tau} \hat{B}_{\tau}^T = \hat{M}_{0,\tau} - \hat{M}_{\tau}^T \hat{M}_{0,\tau-1}^{-1} \hat{M}_{1,\tau} \quad (5)$$

ماتریس‌های  $\hat{M}_{0,\tau}, \hat{M}_{1,\tau}, \hat{M}_{0,\tau-1}$  با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردند:

$$\hat{M}_{k,t} = \begin{bmatrix} r_{k,t}^{11} & r_{k,t}^{12} & \dots & r_{k,t}^{1n} \\ r_{k,t}^{21} & r_{k,t}^{22} & \dots & r_{k,t}^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k,t}^{n1} & r_{k,t}^{n2} & \dots & r_{k,t}^{nn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$r_{k,t}^{ij} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N (\mathbf{X}_{v,t-k}^{(i)} - \bar{\mathbf{X}}_t^{(i)}) (\mathbf{X}_{v,t-k}^{(j)} - \bar{\mathbf{X}}_t^{(j)}) \quad (7)$$

### مدل EGARCH<sup>r</sup>

مدل EGARCH مدل لگاریتمی مدل GARCH می‌باشد (Nelson, 1991). این مدل لگاریتم طبیعی سری باقی‌مانده مدل استفاده می‌کند. مدل EGARCH(p,q) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \left| \frac{\alpha_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right| + \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^r \gamma_k \left( \frac{\alpha_{t-k}}{\sqrt{\sigma_{t-k}^2}} \right) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2$$

که در آن  $\gamma_k$  ضریب نامتقارن رابطه بوده که بر اساس داده‌های مورد بررسی برآورد می‌گردد. در این مطالعات  $p$  و  $r$  برابر با مرتبه مدل می‌باشند.

به‌منظور ارزیابی عملکرد مدل از معیار جذر میانگین مربعات خطا و ضریب کارایی نش-ساتکلیف (NSE) استفاده گردید. مدلی که کمترین مقدار جذر میانگین مربعات خطا را داشته باشد به‌عنوان مدل مطلوب شناخته شد (Nash and Sutcliffe, 1970):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Q}_i - Q_i)^2}{n}} \quad (11)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Q}_i - Q_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2} \quad (12)$$

که در روابط فوق،  $Q_i$ ،  $\hat{Q}_i$  و  $\bar{Q}$  به ترتیب دبی جریان مشاهداتی، دبی جریان محاسباتی و متوسط دبی جریان مشاهداتی و  $n$  تعداد داده‌ها می‌باشد.

### نتایج و بحث

قبل از بررسی مدل‌های مورد بررسی، ابتدا از عدم وجود خلأ در داده‌ها اطمینان حاصل کرده و داده‌های مورد بررسی از نظر وجود روند در مقیاس ماهانه بررسی شد. نتایج نشان داد که روند تغییرات مقادیر مورد بررسی در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنی‌دار

که در آن  $S_{\tau-k}^{(i)}$  و  $S_{\tau}^{(i)}$  به ترتیب انحراف معیار داده‌ها در زمان  $t-k$  و  $t$  است (Tesfaye, 2006):

### مدل‌های ARCH<sup>1</sup>

این مدل برای اولین بار در مطالعات اقتصادی توسط Engle (1982) ارائه شد و اولین مدلی است که یک چارچوب نظام‌مند را برای مدل‌سازی نوسانات فراهم می‌کند. ایده اصلی مدل‌های ARCH به دو صورت است که (الف) میانگین اصلاح شده بازگشت سرمایه مجزا اما وابسته است و (ب) مدل وابسته است و می‌تواند توسط یک تابع ساده درجه دوم از مقادیر قبل از آن شرح داده شود. به‌طور خلاصه، مدل ARCH به صورت زیر فرض می‌شود:

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad \text{and} \quad \sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^m b_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (8)$$

که در آن  $\sigma_t^2$  واریانس شرطی،  $\varepsilon_t$  عبارت خطا یا باقی‌مانده مدل با میانگین صفر و واریانس ۱ است،  $a_0 \geq 0, b_i \geq 0$  پارامترهای مدل،  $m$  برابر با مرتبه مدل و  $Z_t$  سری زمانی پارامتر مورد نظر است (Engle, 1982).

### ساختار مدل GARCH<sup>2</sup>

اگر چه مدل ARCH ساده است، اما اغلب پارامترهای زیادی برای توصیف فرآیند نوسانات یک سهم مورد نیاز است، باید برخی از مدل‌های جایگزین را جستجو کرد. Bollerslev (1986) یک مدل مفید را به عنوان مدل تعمیم یافته ARCH به شرح زیر توصیف کرد.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \alpha_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (9)$$

در این رابطه نیز  $p$  و  $q$  برابر با مرتبه مدل می‌باشند.

1 - Autoregressive Conditional Heteroskedasticity  
2- Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)

داده‌های مدل شده توسط مدل تلفیقی مذکور، با داده‌های مشاهده‌ای تبخیر و تعرق پتانسیل ایستگاه‌های مورد مطالعه مقایسه و آماره جذر میانگین مربعات خطا محاسبه گردید. نتایج آماره جذر میانگین مربعات خطای ناشی از داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی دو مدل MPAR(1) و MPAR(1)-EGARCH(1) محاسبه و به شرح جدول ۲ ارائه گردید. نتایج بررسی آماره جذر میانگین مربعات خطا نشان داد که استفاده از مدل چند متغیره تلفیقی، دقت مدل‌سازی را بهبود بخشید. البته دقت هر دو مدل در حد قابل قبول است ولی از آنجا که مسائل مدل‌سازی و پیش‌بینی مستلزم دقت بالا است، باید مدل برتر انتخاب شود. هم‌چنین نتایج نشان داد که در تمام ماه‌ها، مقادیر خطا در مدل‌های چند متغیره تلفیقی، کمتر از مدل چند متغیره چند متغیره آرما است. به‌طور متوسط با تلفیق دو مدل مورد بررسی میزان خطای مدل حدود ۱۸۹ درصد کاهش یافت. بعد از تأیید دقت مدل‌های چند متغیره تلفیقی سری زمانی در مدل‌سازی تبخیر و تعرق پتانسیل ماهانه ایستگاه‌های مورد بررسی در شرق کشور، مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل این ایستگاه‌ها با استفاده از عوامل هواشناسی منطقه و مدل MPAR-EGARCH مدل‌سازی و نتایج مدل‌سازی تبخیر و تعرق پتانسیل شبیه‌سازی شده ایستگاه بیرجند در ماه مه به عنوان نمونه به‌صورت شکل ۳ ارائه گردید.

نتایج مدل‌سازی دبی جریان با استفاده از مدل‌های تلفیقی چند متغیره فصلی سری زمانی نشان داد که این مدل‌ها توانایی بالایی در مدل‌سازی مقادیر مذکور تحت تأثیر عوامل هواشناسی دارد. همان‌طور که از شکل‌های فوق مشاهده می‌شود، با دخالت عوامل هواشناسی در مدل‌سازی‌ها، نقاط بیشینه و کمینه در مدل‌سازی‌ها به خوبی مدل می‌شود. این موضوع در تمام ایستگاه‌های مورد مطالعه به چشم می‌خورد. آنچه در تمام ایستگاه‌ها واضح است، این است که تلفیق مدل‌های چند متغیره سری زمانی با مدل‌های غیرخطی EGARCH میزان خطای مدل کاهش و

نمی‌باشد. بعد از اطمینان از عدم وجود روند در سری‌های زمانی مورد بررسی، مقادیر مورد بررسی با توابع نرمال‌ساز برازش داده شد و بر اساس ضریب چولگی نزدیک به صفر، مقادیر مورد بررسی نرمال شد. بعد از نرمال کردن داده‌های سری زمانی مورد استفاده، داده‌های نرمال شده تبخیر و تعرق پتانسیل با استفاده از مدل‌های چند متغیره فصلی خانواده آرما MPAR(1) و سری زمانی داده‌های کمینه و بیشینه دمای ماهانه، سرعت باد، درصد رطوبت نسبی و ساعات آفتابی ایستگاه‌های موجود، مدل‌سازی شد. نتایج مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های چند متغیره پریودیک آرما نشان داد که داده‌های مورد استفاده با استفاده از مدل MPAR(1) به‌صورت مناسبی مدل می‌شوند. در نهایت رابطه زیر جهت مدل‌سازی مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل با در نظر گرفتن پارامترهای هواشناسی حوضه حاصل شد.

$$Z_t = a_1 Z_{t-1} + b_1 Z_{t-1} + c_1 Z_{t-1} + d_1 \varepsilon_{t-1} + e_1 \varepsilon_{t-1} + f_1 \varepsilon_{t-1}$$

که در آن  $a_1$  ضریب مربوط به داده‌های استاندارد شده پارامتر متوسط دمای کمینه،  $b_1$  ضریب مربوط به داده‌های پارامتر متوسط دمای بیشینه،  $c_1$  ضریب مربوط به داده‌های پارامتر درصد رطوبت نسبی،  $d_1$  مربوط به داده‌های پارامتر متوسط سرعت باد در ارتفاع ده متری،  $e_1$  برابر با مقادیر ساعات آفتابی،  $f_1$ ،  $g_1$ ،  $h_1$  و  $i_1$  نیز ضرایب داده‌های تصادفی نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار یک مربوط به داده‌های متوسط دمای کمینه، متوسط دمای بیشینه، درصد رطوبت نسبی، متوسط سرعت باد در ارتفاع ده متری و مقادیر ساعات آفتابی است. بعد از بررسی مدل ترکیبی چندمتغیره MPAR، سری باقی‌مانده مدل استخراج و توسط مدل‌های خانواده EGARCH برازش یافت. در نهایت با به‌کارگیری روابط موجود در این مدل‌ها و محیط نرم‌افزار اکسل، واریانس شرطی سری باقی‌مانده مدل محاسبه و در نهایت سری باقی‌مانده مدل که متناسب با داده‌های مدل شده است، حاصل شد. با اضافه کردن این سری باقی‌مانده جدید به مدل، مدل تلفیقی MPAR-EGARCH حاصل گشت. نتایج



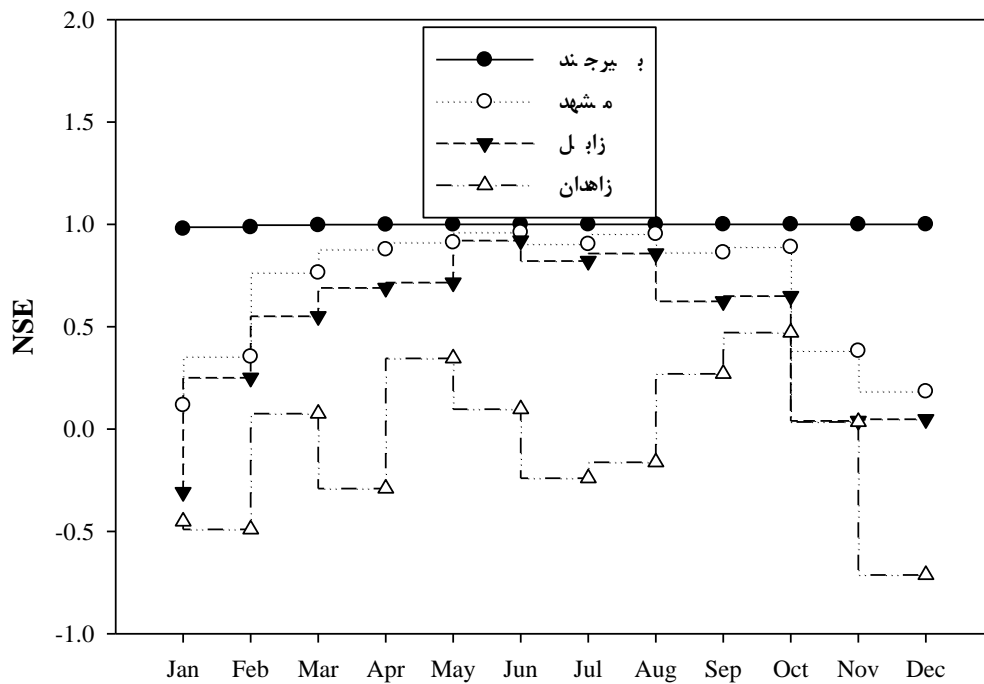
در ایستگاه بیرجند بیشترین میزان کارایی را دارد. بعد از ایستگاه بیرجند، میزان کارایی مدل تلفیقی در ایستگاه مشهد بیشترین کارایی را دارد. همان طور که مشخص است، کارایی مدل تلفیقی در ایستگاه زاهدان کمترین کارایی را در برآورد مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل دارد. اما با توجه به محدوده خطا (RMSE) این میزان کارایی نیز قابل قبول می‌باشد.

همبستگی بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی افزایش یافته است. نتایج مدل‌سازی مقادیر ماهانه تبخیر و تعرق پتانسیل تحت تأثیر پارامترهای هواشناسی نشان داد که مدل‌های چند متغیره در دو ایستگاه زاهدان و زابل که در جنوب شرق ایران قرار دارند و ایستگاه‌های با تعداد داده بارش صفر بیشتری نسبت به سایر ایستگاه‌ها می‌باشند، از دقت بالا و مقدار خطای کمتری بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی، برخوردارند. نتایج مقایسه دو آماره همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا حاصل از مدل‌های MPAR و MPAR-EGARCH نشان داد که در تمام موارد (تمام ماه‌ها) دقت مدل تلفیقی نسبت به مدل چند متغیره فصلی بالاتر بوده است. نتایج حاصل از مدل‌های تلفیقی نشان داد که استفاده از این مدل‌ها به‌طور متوسط دقت مدل‌سازی مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل ایستگاه‌های بیرجند، مشهد، زابل و زاهدان را به ترتیب حدود ۱۴۴، ۱۳۵، ۹۶ و ۳۸۰ درصد بهبود بخشد.

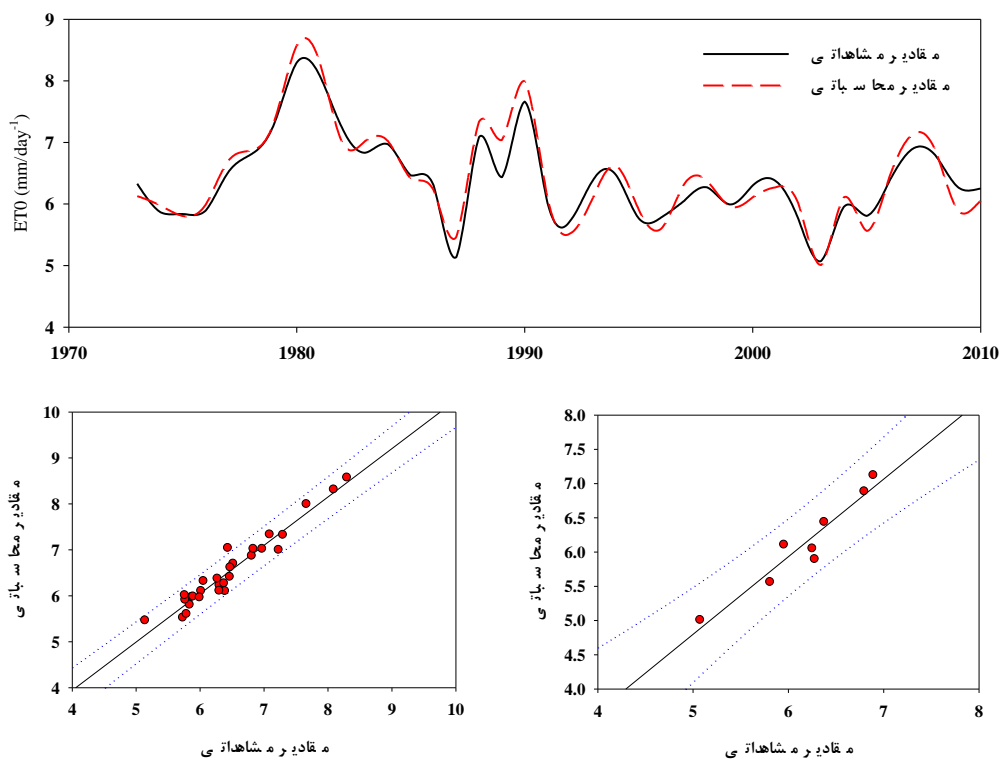
نتایج بررسی دقت مدل‌های مورد بررسی نشان داد که مدل‌های تلفیقی نتایج بهتری نسبت به مدل‌های خطی رایج سری زمانی ارائه می‌کنند. آنچه به‌عنوان نتیجه‌گیری کلی به دست آمد این بود که با تلفیق مدل‌های خطی و غیرخطی، دقت مدل‌سازی‌های مدل‌های خانواده آرما افزایش می‌یابد. این مدل‌های تلفیقی، نقاط اوج را به‌خوبی مدل می‌کنند که این نتایج با تحقیقات ناظری تهرودی و خلیلی (۱۳۹۷) در استفاده از مدل‌های تلفیقی مطابقت دارد.

هم‌چنین نتایج نشان داد که ترکیب مدل‌های خطی و غیرخطی سری زمانی می‌تواند مدل‌های مناسبی جهت مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژیکی باشند. نتایج بررسی ضریب کارایی مدل برتر (MPAR-EGARCH) به شرح شکل ۲ ارائه گردید. همان‌طور که از این شکل قابل مشاهده می‌باشد، کارایی ۱۰۰ درصدی مدل مذکور در مدل‌سازی مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل ایستگاه بیرجند تأیید می‌شود. در بین تمامی ایستگاه‌های مورد بررسی، مدل تلفیقی





شکل (۲): مقادیر ضریب کارایی مدل (NSE) مدل MPAR-EGARCH در مدل سازی مقادیر ماهانه تبخیر و تعرق پتانسیل



شکل (۳): نتایج بررسی دقت مدل تلفیقی MPAR-EGARCH در مدل سازی مقادیر ماهانه تبخیر و تعرق پتانسیل ایستگاه بیرجند در ماه مه (خطوط نقطه چین آبی، حدود اطمینان ۹۵ درصد هستند)

جدول (۲): نتایج بررسی دقت مدل‌های مورد استفاده (میلی‌متر در روز)

ماه مورد نظر	جذر میانگین مربعات خطای مدل MPAR-EGARCH	جذر میانگین مربعات خطای مدل MPAR(1)	جذر میانگین مربعات خطای مدل MPAR(1)	جذر میانگین مربعات خطای مدل MPAR(1)
	مشهد	بیرجند	زاهدان	زابل
jan	۰/۱۹	۰/۲۳	۰/۱۹	۰/۴۶
feb	۰/۲۲	۰/۵۰	۰/۳۳	۰/۴۵
mar	۰/۱۹	۰/۵۷	۰/۴۵	۰/۵۸
apr	۰/۱۹	۰/۶۷	۰/۴۵	۰/۵۶
may	۰/۲۱	۰/۶۷	۰/۶۰	۰/۶۴
jun	۰/۱۵	۰/۹۶	۰/۷۲	۰/۴۶
jul	۰/۱۰	۰/۲۱	۰/۵۹	۰/۶۴
aug	۰/۱۰	۰/۱۶	۰/۴۹	۰/۴۸
sep	۰/۰۹	۰/۲۱	۰/۳۴	۰/۶۴
oct	۰/۱۲	۰/۱۸	۰/۳۹	۰/۵۳
nov	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۲	۰/۶۱
dec	۰/۱۵	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۴۸
jan	۰/۴۰	۰/۵۸	۰/۵۸	۰/۴۶
feb	۰/۵۶	۰/۶۷	۰/۶۷	۰/۴۵
mar	۰/۶۱	۰/۹۱	۱/۰۱	۰/۵۸
apr	۰/۸۰	۰/۹۴	۱/۶۸	۰/۵۶
may	۰/۵۷	۱/۲۳	۳/۲۵	۰/۶۴
jun	۰/۶۵	۱/۹۹	۵/۵۸	۰/۴۶
jul	۰/۸۹	۱/۶۳	۶/۹۹	۰/۶۴
aug	۰/۷۵	۱/۴۳	۶/۹۹	۰/۴۸
sep	۰/۵۷	۱/۱۵	۵/۴۳	۰/۶۴
oct	۰/۴۳	۰/۹۹	۲/۶۸	۰/۵۳
nov	۰/۳۹	۰/۶۴	۱/۱۳	۰/۶۱
dec	۰/۴۶	۰/۵۲	۰/۵۲	۰/۴۸

### نتیجه‌گیری

در این مطالعه با استفاده از مدل چند متغیره سری زمانی و مدل تلفیقی چند متغیره با واریانس شرطی اقدام به مدل‌سازی تبخیر و تعرق پتانسیل ایستگاه‌های شرقی کشور در دوره آماری ۲۰۱۰-۱۹۷۳ تحت تأثیر عوامل هواشناسی مؤثر شد. نتایج بررسی اولیه داده‌ها نشان داد که توابع نرمال‌سازی داده‌ها مورد استفاده را به شکل مناسبی نرمال می‌کنند. همان‌طور که ذکر گردید، در این مطالعه جهت افزایش عملکرد مدل‌های خطی مرسوم سری

زمانی در مدل‌سازی پارامترهای هواشناسی از مدل غیرخطی تعمیم یافته و نمایی ARCH استفاده شد. این مدل از توزیع لگاریتم طبیعی سری باقی‌مانده جهت مدل‌سازی مقادیر مورد مطالعه استفاده کرده و واریانس سری باقی‌مانده را مدل می‌کند. با این تلفیق، دقت مدل‌سازی‌ها در این مطالعه به‌طور چشم‌گیری افزایش یافته است. به‌طور کلی نتایج نشان داد که دقت مدهای چند متغیره ماهانه سری زمانی در مدل‌سازی و تخمین مقادیر تبخیر و تعرق پتانسیل قابل قبول می‌باشد، اما میزان خطای مدل‌های تلفیقی

### تشکر و قدردانی

این تحقیق در قالب طرح پژوهشی به شماره ابلاغیه ۱۳۹۷/د/۹۳۸۲ مورخ ۱۳۹۷/۰۴/۳۱ و با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه بیرجند انجام شده است که بدین وسیله تشکر و قدردانی می‌شود.

تقریباً نصف مدل‌های چند متغیره ماهانه می‌باشد. نتایج بررسی دقت مدل هیبریدی مورد بررسی نشان داد که این مدل جایگزین مناسبی برای مدل چند متغیره MPAR می‌باشد.

### منابع

- رمضانی، ی.، م.، امیرآبادی‌زاده، م.، یعقوب‌زاده، م.، ناظری تهرودی. ۱۳۹۷. مدل‌سازی دبی جریان رودخانه با استفاده از مدل‌های چندمتغیره تلفیقی سری زمانی. فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی آبیاری و آب، ۸(۳۲): ۴۸-۶۳
- ناظری تهرودی، م.، ک. خلیلی. ۱۳۹۷. مقایسه مدل‌های ARMA و ARMA-PARCH در مدل‌سازی دبی سالانه جریان (مطالعه موردی: رودخانه زرينه رود استان آذربایجان غربی). مجله پژوهش آب ایران، ۱۲(۳): ۷۱-۸۰.
- Ahmadi F, Nazeri Tahroudi M, Mirabbasi R, Khalili K, Jhajharia D. 2018. Spatiotemporal trend and abrupt change analysis of temperature in Iran. *Meteorological Applications*, 25(2), 314-321.
- Bloomfield P, Nychka D. 1992. Climate spectra and detecting climate change. *Climatic Change*, 21(3), 275-287.
- Bollerslev T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Box GE, Cox DR. 1964. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 211-252.
- Caiado J. 2007. Forecasting water consumption in Spain using univariate time series models.
- Doğan E, Işık S, Toluk T, Sandalcı M. 2007. Daily streamflow forecasting using artificial neural networks. In *International Congress on River Basin Management* (pp. 22-24).
- Engle RF. 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Fereydooni M, Rahnamaei M, Babazadeh H, Sedghi H, Elhami MR. 2012. Comparison of artificial neural networks and stochastic models in river discharge forecasting. (Case study: Ghara-Aghaj River, Fars Province, Iran). *African Journal of Agricultural Research*, 7(40), 5446-5458.
- Folland GB. 1990. Remainder estimates in Taylor's theorem. *The American Mathematical Monthly*, 97(3), 233-235.
- Ghanbarpour MR, Abbaspour KC, Jalalvand GOUDARZ, Moghaddam GA. 2010. Stochastic modeling of surface stream flow at different time scales: Sangsoorakh karst basin, Iran. *Journal of Cave and Karst Studies*, 72(1), 1-10.
- Hansen J, Lebedeff S. 1988. Global surface air temperatures: Update through 1987. *Geophysical Research Letters*, 15(4), 323-326.
- Kendall MG. 1938. A new measure of rank correlation. *Biometrika*, 30(1/2), 81-93.
- Komorník J, Komorníková M, Mesiar R, Szökeová D, Szolgay J. 2006. Comparison of forecasting performance of nonlinear models of hydrological time series. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*, 31(18), 1127-1145.
- Mann HB. 1945. Nonparametric tests against trend. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 245-259.
- Mendenhall W, Reinmuth JE. 1971. *Statistics for management and economics*.



- Nash JE, Sutcliffe JV. 1970. River flow forecasting through conceptual models part I—A discussion of principles. *Journal of hydrology*, 10(3), 282-290.
- Nelson DB. 1991. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347-370.
- Tesfaye YG, Meerschaert MM, Anderson PL. 2006. Identification of periodic autoregressive moving average models and their application to the modeling of river flows. *Water Resources Research*, 42(1).
- Valipour M, Banihabib ME, Behbahani SMR. 2013. Comparison of the ARMA, ARIMA, and the autoregressive artificial neural network models in forecasting the monthly inflow of Dez dam reservoir. *Journal of hydrology*, 476, 433-441.
- Wang W, Van Gelder PHAJM, Vrijling JK, Ma J. 2005. Testing and modeling autoregressive conditional heteroskedasticity of streamflow processes. *Nonlinear processes in Geophysics*, 12(1), 55-66.
- Wilcoxon F. 1945. Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics bulletin*, 1(6), 80-83.

## Application of the non-linear EGARCH model in the modeling of the evapotranspiration values

Yousef Ramezani<sup>1\*</sup>, Mohammad Nazeri Tahroudi<sup>2</sup>

### Abstract

In multivariate models, the modeling and predicting various parameters can improve by involving other factors. Also Since nonlinear models with conditional variance, the remaining portion of the linear models to adequately model, we expect that the combination of linear and nonlinear models, partly to increase the accuracy of modeling and predictions. In this study, were used the potential evapotranspiration values of stations in the provinces (Birjand, Mashhad, Zahedan and Zabol stations) during the statistical period of 1973-2010 at monthly scale. Since the goal model is multivariable, in addition to potential evapotranspiration data, relative humidity data, wind speed and sunshine are used to modeling the monthly evapotranspiration values. The models studied in this study are MPAR and MPAR-EGARCH models. The results of the verification and validation of the model data showed that both models are highly accurate. In this study, in all cases, the multivariate compilation model with conditional variance was more accurate than the multivariate periodic ARMA model. The results also showed that the MPAR-EGARCH compilation model fitted the minimum and maximum points of the studied data. The average error rate for estimating potential evapotranspiration values by MPAR model at stations of Birjand, Mashhad, Zabol and Zahedan was 0.4, 0.43, 1.05 and 3.04, respectively, and in the MPAR-EGARCH compilation models Respectively is equal to 0.16, 0.19, 0.55 and 0.59 respectively.

**Keyword:** Conditional Variance Models, Multivariate Models, Potential Evapotranspiration, Seasonal Models.

---

1 - Associate Professor, Department of Water Engineering, University of Birjand, Iran and Member of Research Group of Drought and Climate Change, University of Birjand. Email: y.ramezani@birjand.ac.ir (Corresponding Author).

2- Ph.D. Graduate of water Resources, Department of Water Engineering, University of Birjand, Iran and Member of Research Group of Drought and Climate Change, University of Birjand. Email: m\_nazeri2007@yahoo.com