

## Research Paper

# Integration of finite element method and inclined planes system optimization algorithm in minimizing groundwater level reduction

Zahra Baazm<sup>1</sup>,Abolfazl Akbarpour<sup>2\*</sup>,<sup>1</sup> Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran<sup>2</sup> Professor of Civil Engineering Department, University of Birjand., Birjand, Iran

10.22125/IWE.2021.166360.1046

Received:  
**January 12, 2021**  
Accepted:  
**April 5, 2021**  
Available online:  
**October.05.2022**

## Abstract

Groundwater resource management to meet human water needs and reduce the drop in groundwater levels due to uncontrolled abstraction, is one of the important issues of the country. Therefore, in this study, the simulation-optimization model (FEM-IPO) was used to manage the operation of the aquifer. The mathematical model of the aquifer groundwater flow was performed using finite element numerical simulation. In order to find the optimal location of wells and reduce the drop level, the optimal model of the aquifer was prepared using the slope algorithm. The results show that the western and northwestern areas of the plain have more potential for digging pumping wells. Also in the studied aquifer and according to the defined water requirement, 5 wells located on the west and northwest sides with a maximum drop of 28.49 meters has been the most optimal model for exploiting the aquifer. In this study, the water level calculated by the finite element model was compared with the observational water level of the model, so that the relative error and the root mean square error were 0.00024 and 0.224, respectively, which indicates the high accuracy of the model. Also, due to high accuracy, efficiency and time saving in modeling, FEM-IPO model can be used as a model for optimal operation of the aquifer.

**Keywords:**  
**Numerical model,**  
**Groundwater level,**  
**Ultra-innovative**  
**algorithm**

\* **Corresponding Author:** Abolfazl Akbarpour

**Address:** Department of Civil Engineering,  
University of Birjand, Iran,

**Email:** akbarpour@birjand.ac.ir

**Tel:** 05631022000

## 1. Introduction

Groundwater is one of the main sources of water supply in arid and semi-arid areas such as Iran. The existence of more than 600,000 extraction wells in aquifers indicates the importance of ground water resources in our country for various uses (agriculture, drinking, health and industry). A significant amount of extraction from these resources is provided by using different drilling methods and by drilling semi-deep and deep wells (Elci and Ayvaz, 2014).

Due to the easy access and simple use of groundwater sources, the amount of extraction from these sources for various uses has increased significantly. The continuation of this process will lead to the destruction of groundwater resources. Excessive pumping from groundwater, adverse consequences such as changing the quality of groundwater and the intrusion, reducing the volume of water resources, changing the hydrodynamic coefficients of the aquifers, caused by from water extraction (wells, springs and aqueducts), increasing energy consumption of groundwater extraction, increasing the vulnerability of plains to drought, land subsidence, creating cracks the ground and buildings, damage to facilities, jeopardizing the ecosystem is all the damages.

Managing water resources in order to meet human needs and reduce losses caused by water extraction is a complex issue that will become more difficult with the increase in population and demand in the coming years. Several factors play a role in the drawdown of the groundwater, and in order to choose the appropriate management solution, one must first pay attention to the main factors. Due to the importance of the subject, many researchers have conducted research on the optimal management of water resources, some of which are mentioned below. Many of the optimization problems in engineering of about solving groundwater flow are naturally more complicated and difficult. Among the available solutions in dealing with such problems is the use of approximate or innovative algorithms. The inclined plane optimization algorithm (IPO) is an example of an innovative and intelligent algorithm that is inspired to find optimal points by using the rules governing nature, which is used in this study for the first time. The combination of two simulation-optimization functions can reduce uncertainty and obtain results close to reality.

## 2. Materials and Methods

The main purpose of this study is to use finite element simulation model and the inclined plane optimization algorithm together in the form of an integrated program in order to optimize the location and pumping rate of extraction wells in unsteady state with the aim of reducing the drawdown. The groundwater model is programmed in MATLAB environment. The number and location of extraction wells derived from using the FEM-IPO model.

## 3. Results

As it was stated, in this study, in order to minimize the drawdown occurs from pumping wells in a standard aquifer, the combination of two methods of finite elements and inclined plane optimization algorithm, was used. The groundwater in the aquifer is calculated using the finite element method after the pumping policy is applied.

The optimization was done using the inclined plane optimization algorithm with the maximum number of repetitions equal to 30. In this study, the number of 5, 6, and 7 active wells are considered as extraction wells.

In this research, the objective function was considered to reduce the amount of groundwater drawdown in all aquifer elements. It should be noted that before each member of the population selects a node, the nodes on the four sides of the aquifer are removed from the total number of selectable nodes. This means that none of the members of the population can take a position in these nodes (aquifer boundaries).

With the increase of repetition, the value of the objective function decreased, which indicates the better performance of the model.

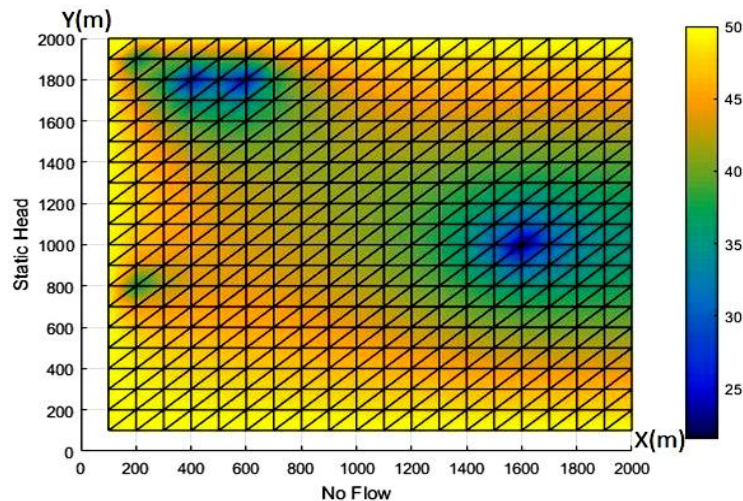


Figure 1. The results of interpolation of the groundwater water level of the studied aquifer with the presence of 5 harvesting wells (m)

#### 4. Discussion and Conclusion

In this study, the integrated model of numerical simulation with discretization of finite elements was presented based on the optimization model of inclined plane optimization algorithm. Due to the high accuracy, efficiency and time saving in modeling, the FEM-IPO model can be used as an optimal model for the optimal exploitation of the aquifer. The results showed that the simultaneous use of inclined plane optimization and finite elements algorithm can help in finding the appropriate location of the extraction wells in order to reduce the drawdown in the groundwater table. On the other hand, if there is a need to excavate a new well in the aquifer, by using this method, the optimal position of the new well can be determined. The results of this study have shown that the amount of drawdown in well number 5 was significant in 3 cases.

#### 5. Six important references

1. Elci, A. and M. Ayvaz. 2018. Identification of the optimum groundwater quality monitoring network using a genetic algorithm-based optimization approach. *Journal of Hydrology*, 563 (2018) 1078–1091.
2. Elci, A. and M. Ayvaz. 2014. Differential-evolution algorithm best optimization for the site selection of groundwater production wells with the consideration of the vulnerability concept. *Journal of Hydrology*, 511, 736-749.
3. Mozaffari, M.H., and S.H. Zahiri. 2014. Unsupervised data and histogram clustering using Inclined Planes system Optimization algorithm. *Image Analysis and Stereology*, 33.
4. Pinder, G.F., and W.G. Gray. 1977. *Finite element simulation in surface and subsurface hydrology*, New York, NY. : Academic Press.
5. Shamsaei A., and A. Forghani. 2011. Conjunctive use of surface and groundwater resources in dry regions. *Journal of Water Resources Research*, 1(2), 26-36.
6. Steward D.R., and A.J. Allen. 2013. The analytic element method for rectangular gridded domains, benchmark comparisons and application to the high plains aquifer. *Advances in Water Resources*, 60, 89-99.

#### Conflict of Interest

The authors declare that they have no conflict of interest.

## تلفیق روش اجزای محدود و الگوریتم بهینه‌سازی سطوح شیب‌دار در کمینه‌سازی افت سطح آب در آبخوان

زهرا باعزم<sup>۱</sup>، ابوالفضل اکبرپور<sup>۲\*</sup>

تاریخ ارسال: ۱۳۹۹/۱۰/۲۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۱۶

مقاله برگرفته از پایان نامه ارشد

### چکیده

مدیریت منابع آب زیرزمینی جهت تأمین نیاز آبی بشر و کاهش افت سطح آب زیرزمینی ناشی از برداشت بی‌رویه، یکی از مسائل مهم کشور است. لذا در این مطالعه جهت مدیریت بهره‌برداری از آبخوان از مدل شبیه‌ساز-بهینه‌ساز (FEM-IPO) استفاده شد. مدل ریاضی جریان آب زیرزمینی آبخوان با استفاده از شبیه‌سازی عددی اجزای محدود صورت گرفت. با اهداف یافتن بهینه‌ی مکان چاه‌ها و کاهش سطح افت، مدل بهینه آبخوان با استفاده از الگوریتم سطوح شیب‌دار تهیه شد. نتایج نشان می‌دهد مناطق غربی و شمال غربی دشت پتانسیل بیش‌تری جهت حفر چاه‌های پمپاژ دارد. همچنین در آبخوان مورد مطالعه و با توجه به نیاز آبی تعریف شده، ۵ چاه که در ضلع غربی و شمال غربی قرار گرفته‌اند با افت حداکثر ۲۸/۴۹ متر بهینه‌ترین مدل جهت بهره‌برداری از آبخوان بوده است. در این مطالعه سطح آب محاسبه شده توسط مدل اجزاء محدود با سطح آب مشاهداتی مدل مقایسه شدند به طوری که خطای نسبی و خطای جذر میانگین مربعات به ترتیب ۰/۰۰۰۲۴ و ۰/۲۲۴ بود که نشان‌دهنده دقت بالای مدل است. همچنین با توجه به دقت بالا، کارایی و صرفه‌جویی زمانی در مدل‌سازی، مدل FEM-IPO می‌تواند به‌عنوان یک مدل جهت بهره‌برداری بهینه از آبخوان استفاده گردد.

واژه‌های کلیدی: مدل عددی، افت سطح آب زیرزمینی، الگوریتم فرا ابتکاری.

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد مهندسی عمران مدیریت منابع آب، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران Email: z.baazm@birjand.ac.ir

<sup>۲\*</sup> استاد گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران Email: akbarpour@birjand.ac.ir

## مقدمه

پژوهشگران زیادی در راستای مدیریت بهینه منابع آبی تحقیقاتی را انجام داده‌اند که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره می‌گردد.

اسیفا<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۰۴)، با روش ماشین بردار پشتیبان، به طراحی شبکه‌های پایش سطح آب زیرزمینی با هدف بهینه‌ترین مکان جای‌گذاری چاه‌های با کم‌ترین افت سطح آب زیرزمینی پرداختند نتایج آن‌ها نشان داد روش ماشین بردار پشتیبان می‌تواند یک روش کارآمد در مدیریت بهینه‌ی آبخوان‌ها باشد. کتابچی و عطایی آشتیانی (۲۰۱۰)، با استفاده از یک مدل شبیه‌سازی عددی و الگوریتم جامعه مورچگان با هدف بهره‌برداری بهینه جهت کنترل پیش‌روی آب شور دریا در آبخوان‌های ساحلی پرداختند. محجوب و همکاران (۲۰۱۱)، یک مدل بهینه‌ی بهره‌برداری تلفیقی از آب سطحی و زیرزمینی با هدف کاهش افت سطح ایستابی آبخوان را در ناحیه مراغه در ایران توسعه دادند. شمسانی و فرقانی (۲۰۱۱)، با استفاده از مدل مودفلو و الگوریتم ژنتیک آبخوان دشت یزد را برای بهره‌برداری تلفیقی از آب سطحی و زیرزمینی در مناطق خشک ارائه نمودند. استوارد و آلن<sup>۲</sup> (۲۰۱۳)، به مدل‌سازی جریان آبخوان دشت‌های مرتفع ایالت کانزاس با استفاده از روش المان تحلیلی پرداختند و از الگوریتم اجتماع ذرات و لوبنبرگ-مارکوارد برای بهینه‌سازی نتایج استفاده نمودند. رفیع پور و همکاران (۲۰۱۴)، مدلی بر مبنای شبکه‌های بیزی برای بهره‌برداری تلفیقی از منابع سطحی و زیرزمین با اهداف کیفیت آب و نیز مقدار افت تراز آب زیرزمینی را ارائه کردند. خادر و مکی<sup>۳</sup> (۲۰۱۴)، برای طراحی شبکه پایش کیفی آب زیرزمینی و حذف عدم قطعیت‌ها در تخلیه، هدایت هیدرولیکی و فرآیندهای واکنش نیترات در مدل‌سازی آب زیرزمینی از مدل ام سی اس<sup>۴</sup> بهره گرفتند. تعداد چاه‌های پایش و موقعیت آن‌ها بر اساس نتایج اجراهای مدل آر وی ام<sup>۵</sup> انتخاب شدند و طی ۱۰۰ مدل مختلف، پایداری مدل در انتخاب تعداد و موقعیت‌های

آب زیرزمینی یکی از منابع اصلی تأمین نیازهای آبی در نواحی خشک و نیمه‌خشک نظیر ایران می‌باشد. وجود بیش از ۶۰۰ هزار حلقه چاه آب در آبخوان‌های آبرفتی و سازند سخت حاکی از اهمیت منابع آب زیرزمینی در کشور ما در مصارف مختلف (کشاورزی، شرب، بهداشت و صنعت) دارد. حجم قابل توجه برداشت از این منابع با استفاده از روش‌های حفاری مختلف و از طریق حفر چاه‌های نیمه‌عمیق و عمیق تأمین می‌شود (Elci and Ayvaz, 2014).

به دلیل دسترسی آسان و سادگی بهره‌برداری از منابع آب زیرزمینی، میزان برداشت از این منابع برای استفاده‌های مختلف افزایش قابل ملاحظه‌ای یافته و متأسفانه در سال‌های اخیر حتی در بعضی مناطق بهره‌برداری از منابع آب زیرزمینی بیش‌تر از تغذیه بوده که ادامه این روند خطر نابودی منابع آب زیرزمینی را در پی خواهد داشت. پمپاژ بیش از حد از سفره‌های آب زیرزمینی، پیامدهای نامطلوبی همچون تغییر کیفیت آب زیرزمینی و پیشروی جبهه‌ی آب شور، کاهش حجم ذخائر آبی، تغییر ضرایب هیدرودینامیکی سفره‌ها، افزایش اجباری عمق چاه‌ها، خشک‌شدن منابع ناشی از برداشت آب (چاه، چشمه و قنات)، افزایش مصرف انرژی استحصال آب زیرزمینی، افزایش آسیب‌پذیری دشت‌ها نسبت به خشکسالی، نشست زمین، ایجاد درز و شکاف در سطح زمین و بناها، خسارت به تأسیسات، به خطر افتادن اکوسیستم طبیعی و خشک‌شدن برخی از مزارع و باغات را در پی داشته است. مدیریت منابع آبی در جهت تأمین نیازهای بشر و کاهش خسارات ناشی از برداشت‌های بیرویه، موضوع پیچیده‌ای است که با افزایش جمعیت و میزان تقاضا در سال‌های آینده نیز مشکل‌تر خواهد شد. عوامل متعددی در افت سطح آب زیرزمینی نقش دارند که برای انتخاب راهکار مدیریتی مناسب ابتدا باید به عوامل اصلی افت سطح آب توجه نمود. با توجه به اهمیت موضوع

<sup>۴</sup> Model Confidence Set (MCS)

<sup>۵</sup> Relevance Vector Machine (RVM)

<sup>۱</sup> Asefa

<sup>۲</sup> Steward and Allen

<sup>۳</sup> Khader and McKee



دست یافت. نخعی و همکاران (۱۳۹۴)، طی پژوهشی با توجه به هدف مدیریت بهره‌برداری بهینه از آبخوان دشت ساحلی ارومیه و تعیین نرخ بهینه پمپاژ چاه‌های بهره‌برداری از یک مدل شبیه‌ساز-بهینه‌ساز با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند. شوریان و داودی (۱۳۹۶)، به طراحی و ظرفیت بهینه چاه‌های پمپاژ زهکشی با هدف افت سطح آب زیرزمینی در مناطق شهری را با استفاده از رویکرد شبیه‌سازی-بهینه‌سازی با توسعه‌ی الگوریتم‌های بهینه‌ساز فراکوشی پرداختند.

بسیاری از مسائل بهینه‌سازی در مهندسی از معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی، طبیعتاً پیچیده‌تر و مشکل‌تر از آن هستند که با روش‌های مرسوم بهینه‌سازی نظیر روش برنامه‌ریزی ریاضی و نظایر آن به طور دقیق قابل حل باشند. از جمله راه‌حل‌های موجود در برخورد با این‌گونه مسائل، استفاده از الگوریتم‌های تقریبی یا ابتکاری است. الگوریتم بهینه‌سازی صفحات شیب‌دار<sup>۵</sup> (IPO) نمونه‌ای از الگوریتم‌های ابتکاری و هوشمند است که در جهت پیدا کردن نقاط بهینه با استفاده از قوانین حاکم بر طبیعت الهام گرفته است که در این مطالعه برای اولین بار استفاده می‌شود. تلفیق دو عملکرد شبیه‌سازی-بهینه‌سازی می‌تواند عدم قطعیت را کاهش و نتایجی نزدیک به واقعیت را بدست آورد.

### مواد و روش

رویکرد اصلی این مطالعه استفاده از مدل شبیه‌سازی اجزاء محدود<sup>۶</sup> و الگوریتم سطوح شیب‌دار به صورت توأم در قالب یک برنامه یکپارچه به منظور بهینه‌سازی مکان و نرخ پمپاژ چاه‌های بهره‌برداری در آب زیرزمینی در حالت غیرماندگار با هدف کاهش افت سطح آب زیرزمینی می‌باشد که در محیط متلب<sup>۷</sup> برنامه‌نویسی شده است. تعداد و موقعیت چاه‌های تأمین‌کننده‌ی آب مورد نیاز از آبخوان با استفاده از مدل FEM-IPO حل و بررسی می‌گردد.

چاه‌ها آبخوانی در فلسطین را نشان داده شد. صادقی و همکاران (۲۰۱۶)، برای اولین بار نرخ پمپاژ دبی در چاه‌های آبخوان را با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه، بهینه نمودند.

آیواز و ایلسی<sup>۱</sup> (۲۰۲۰)، به شناسایی شبکه پایش کیفیت آب زیرزمینی بر روی حوزه گدیز رودخانه‌ای در ترکیه با استفاده از روش بهینه‌سازی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک پرداختند. شبکه نظارت بهینه‌شده‌ی آن‌ها به گونه‌ای بود که نقاط نمونه‌برداری با از مناطقی با آلودگی کمتر حذف شده و در مناطقی با غلظت آلاینده بالاتر انتخاب شدند.

فان<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۲۰)، طراحی بهینه شبکه نظارت بر آلودگی آب‌های زیرزمینی براساس مدل جانشین<sup>۳</sup> SVR تحت عدم قطعیت را مورد بحث قرار دادند و کارایی این مدل را در مدلسازی با استفاده از محاسبات و زمان کم‌تر اثبات نمودند. آزادی<sup>۴</sup> و همکاران (۲۰۲۰)، به ارزیابی عملکرد آزمون گاما و روش کریجینگ بیزین تجربی در تعیین کیفیت نقاط پایش در طراحی شبکه پایش آب زیرزمینی پرداختند. جهت ارزیابی عملکرد آزمون گاما، نتایج آن با نتیجه حاصل از روش کریجینگ بیزین تجربی مقایسه شده است. آن‌ها نشان دادند آزمون گاما می‌تواند به عنوان یک ابزار کارآمد در اصلاح شبکه پایش استفاده شود.

اسدی و همکاران (۱۳۹۵)، با استفاده از مدل ریاضی و سیستم اطلاعات جغرافیایی جریان آب زیرزمینی دشت الشتر لرستان با هدف مدیریت آبخوان از طریق تعدیل برداشت به منظور جبران افت آبخوان مدل نمودند. گنجی خرم‌دل و کیخایی (۱۳۹۵)، طراحی بهینه چاه‌های مشاهده‌ای در یک شبکه پایش سطح آب زیرزمینی با استفاده از الگوریتم فوق ابتکاری ژنتیک پرداختند، نتایج آن‌ها نشان داد که پایش سطح ایستابی در یک منطقه، از الگوی خطی پیروی نکرده و با استفاده از روش‌های غیرخطی، همانند الگوریتم ژنتیک، می‌توان به نتایج بهتری

<sup>4</sup> Azadi

<sup>5</sup> Inclined Planes System Optimization (IPO)

<sup>6</sup> Finite Element Method (FEM)

<sup>7</sup> MATLAB

<sup>1</sup> Ayvaz and Elci

<sup>2</sup> Fan

<sup>3</sup> Support Vector Regression

عمود بر مرز یعنی  $n$  می‌باشد،  $q(x, y, t)$  نرخ جریان معلوم (متر مکعب بر روز بر متر) و  $\delta$  تابع دلتای دایرکت است با این خاصیت که اگر  $x = x_i$  و  $y = y_i$  باشد آن‌گاه  $\delta = 1$  و در غیر این صورت  $\delta = 0$  خواهد بود. همچنین  $\partial\Omega_1$  مرز دریکله و  $\partial\Omega_2$  مرز نیومن می‌باشد و بنابراین مرز دامنه بصورت  $\partial\Omega = (\partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2)$  تعریف می‌شود.

### شبکه اجزای محدود در معادله جریان آب زیرزمینی

در شبکه‌بندی اجزای محدود هر جزء رفتار مخصوص به خود را دارد و نیازی به شبکه‌بندی منظم برای گرہ‌ها وجود ندارد از این‌رو، این نقاط با شاخص  $L$  و مختصات گرہ‌ای  $(x_L, y_L)$  مشخص خواهند شد. المان مثلثی به شکل نمونه اولیه دارای اعداد گرہ  $i, j$  و  $m$  در جهت عکس عقربه‌های ساعت می‌باشد (شکل ۱). مجهول‌های مسئله بار هیدرولیکی در نقاط گرہ یعنی  $h_i = h(x_i, y_i)$ ،  $h_j = h(x_j, y_j)$  و  $h_m = h(x_m, y_m)$  می‌باشند. روش  $\hat{h}(x, y)$  آزمونی، یک درون‌یابی خطی با مقادیر  $h_i, h_j$  و  $h_m$  در داخل المان مثلثی می‌باشد. درون‌یابی خطی در داخل المان مثلثی به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\hat{h}^e(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y \quad (5)$$

که در آن  $a_0, a_1, a_2$  ضرایبی هستند که باید مقدار آن‌ها تعیین گردد (۲۰). (در نظر داشته باشید که علامت  $e$  جهت تعیین شماره المان مثلثی به کار رفته است و در این مبحث این علامت ارتباطی با مبنای لگاریتم طبیعی ندارد و گرہ‌ها در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت شماره‌گذاری شده‌اند).

### معادله‌ی جریان آب زیرزمینی

معادلات پایه آب زیرزمینی با تلفیق قانون‌های پیوستگی و حرکت سبب تشکیل معادلات ریاضی به فرم دیفرانسیل جزئی می‌شود. معادله حاکم بر جریان در آب های زیرزمینی در یک آبخوان دو بعدی در شرایط ناماندگار و ناهمگن به صورت زیر است (Wang and Anderson, 1955).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right] = S \frac{\partial h}{\partial t} + Q_w \delta(x - x_i) \times (y - y_i) - q \quad (1)$$

که در معادله‌ی (۱)،  $T_x$  و  $T_y$  به ترتیب ضریب قابلیت انتقال در جهت  $x, y$  (مترمربع بر روز)،  $S$  ضریب ذخیره‌ی آبخوان،  $x, y$  فاصله افقی و قائم (متر)،  $Q_w$  دبی تخلیه و تغذیه (متر مکعب بر روز)،  $t$  زمان بر حسب روز می‌باشد. شرایط اولیه به صورت زیر قابل بیان است:

$$h(x, y, 0) = h_0(x, y) \quad x, y \in \Omega \quad (2)$$

شرایط مرزی به دو صورت زیر ارائه می‌شود:

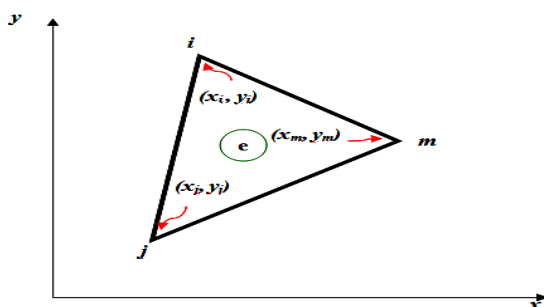
شرایط مرزی دیرپچله (شرایط مرزی با هد ثابت)

$$h(x, y, t) = h_1(x, y, t) \quad x, y \in \partial\Omega_1 \quad (3)$$

۲- شرایط مرزی نیومن

$$T \frac{\partial h}{\partial n} = q(x, y, t) \quad x, y \in \partial\Omega_2 \quad (4)$$

در معادلات فوق  $\Omega$  محدوده‌ی جریان،  $h_0(x, y)$  بار (متر)،  $h_1(x, y, t)$  بار (متر)،  $\frac{\partial h}{\partial n}$  مشتق در جهت بردار یکه‌ی



شکل (۱): شکل هندسی المان مثلثی e (Wang and Anderson, 1955)



$$G_{Lm}^e = A^e \left( \frac{\partial N_m^e}{\partial x} \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \frac{\partial N_m^e}{\partial y} \frac{\partial N_L^e}{\partial y} \right) \quad (10)$$

که در آن  $L=i$ ,  $L=j$  یا  $L=m$  است. انتگرال مرزی فقط در طول دو قطعه خط  $L, i$  و  $L, m$  صفر نمی‌باشد، زیرا برای آن سوی مرز گره‌های  $i$  و  $m$  مقدار  $N_L$  برابر صفر است. تابع درون‌یاب  $N_L$  بین گره‌های  $L$  و  $i$  و نیز  $L$  و  $m$  بین دو مقدار صفر تا یک به‌طور خطی تغییر می‌کند. از این رو انتگرال‌ها مورد نظر به نحوی محاسبه شود که ورودی  $L$  بردار  $\{F\}$  برابر عبارت زیر باشد (Wang and Anderson, 1955).

$$f_L = \frac{q_1 \bar{iL}}{K \cdot 2} + \frac{q_2 \bar{Lm}}{K \cdot 2} \quad (11)$$

که در آن  $\bar{iL}$  نشان دهنده‌ی فاصله گره‌های  $i$  و  $L$  و  $Lm$  فاصله گره‌های  $L$  و  $m$  می‌باشد (شکل ۲). مقدار جریان حجمی عبور یافته از یک ضلع در بین گره‌های دو طرف ضلع مزبور به‌طور یکنواخت توزیع می‌گردد. به‌طور خلاصه می‌توان این‌طور بیان کرد که شرایط جریان مرزی در برابر بردار ستونی  $\{F\}$  معادله  $\{G\}\{h\} = \{F\}$  ادغام گردیده است. برای تمام گره‌های داخلی یا گره‌های واقع در مرزهای بدون جریان  $f_L = 0$  می‌باشد. برای گره‌های واقع در مرز با جریان معلوم مقدار  $f_L$  با معادله (۱۱) تعیین می‌گردد (شکل ۲) (Wang and Anderson, 1955).

ضرایب را می‌توان با تشکیل سه معادله و سه مجهول محاسبه کرد که با حل آن‌ها و جای‌گذاری در معادله‌ی (۵)، معادله‌ی (۶) تشکیل می‌گردد.

$$\hat{h}^e(x, y) = N_i^e(x, y)h_i + N_j^e(x, y)h_j + N_m^e(x, y)h_m \quad (6)$$

که در آن توابع  $N_i^e(x, y)$  و  $N_j^e(x, y)$  و  $N_m^e(x, y)$  توابع تابعی از مختصات فضایی  $X$  و  $Y$  بوده و کمیت  $\hat{h}^e(x, y)$  را در المان  $e$  بر مبنای مقادیر گره  $h_i$ ،  $h_j$  و  $h_m$  مشخص می‌نماید (۲۰).

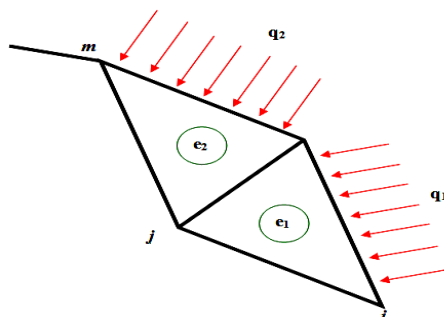
در نهایت جزء  $e$  در سه ردیف و سه ستون ماتریس ضرایب  $[G]$  شرکت می‌کند. مشارکت جزء  $e$  با ماتریس سه در سه به شکل زیر قابل توجیه است.

$$[G^e] = \begin{bmatrix} G_{ii}^e & G_{ij}^e & G_{im}^e \\ G_{ji}^e & G_{jj}^e & G_{jm}^e \\ G_{mi}^e & G_{mj}^e & G_{mm}^e \end{bmatrix} \quad (7)$$

که در آن  $[G^e]$  به‌عنوان ماتریس هادی جزء‌ی نامیده می‌شود که:

$$G_{Li}^e = A^e \left( \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_L^e}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$G_{Lj}^e = A^e \left( \frac{\partial N_j^e}{\partial x} \frac{\partial N_L^e}{\partial x} + \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \frac{\partial N_L^e}{\partial y} \right) \quad (9)$$



شکل (۲): شرایط مرزی معین (Wang and Anderson, 1955)

تقسیم آبخوان به  $J$  تعدادی المان بدست آورد و سپس مقدار انتگرال را برای هر المان حساب نمود. مقادیر هر

در این روش تقریب معادلات دیفرانسیل از طریق انتگرال صورت می‌گیرد و حل عددی انتگرال را می‌توان با



(۱۵)  $Q_{\min} \leq Q_k \leq Q_{\max}$   
 که در آن،  $Q_{\text{demand}}$  میزان دبی تقاضای آبی که باید از هر چاه برداشت شود،  $Q_k$  دبی پمپاژ شده از هر چاه،  $Q_{\max}$  حداکثر دبی مجاز پمپاژ در هر چاه،  $Q_{\min}$  حداقل دبی مجاز پمپاژ در هر چاه می‌باشد.

### الگوریتم بهینه‌سازی سطوح شیبدار

الگوریتم بهینه‌سازی صفحات شیبدار نمونه‌ای از الگوریتم‌های ابتکاری و هوشمند است که در جهت پیدا کردن نقاط بهینه با استفاده از قوانین حاکم بر طبیعت الهام گرفته است (اسماعیلی و ظهیری، ۱۳۹۳). نحوه‌ی کار این الگوریتم حرکت دینامیکی اجسام کروی بر روی سطح شیبدار بدون اصطحکاک و تمایل آن‌ها برای رسیدن به پایین‌ترین نقطه، ایده به کار برده شده در این الگوریتم است. این توپ‌ها فضای جستجوی را برای یافتن نقطه‌ی بهینه که همان نقطه‌ی پایین‌ترین نقطه (نسبت به یک نقطه مرجع) بر روی سطح است، جستجو می‌کنند. در این الگوریتم، به هر نوع توپ یک ارتفاع داده می‌شود که این ارتفاع بر اساس تابع برازندگی هر توپ که جوابی شدنی از مسئله است به دست می‌آید. طبق قوانین فیزیک، توپ‌ها تمایل دارد شتاب گرفته و انرژی پتانسیل خود را برای رسیدن به پایین‌ترین نقطه از دست بدهند. در این الگوریتم هر توپ سه مختصات دارد: موقعیت، ارتفاع و زاویه نسبت به توپ‌های دیگر، سیستمی با  $N$  توپ را در نظر می‌گیریم. موقعیت هر توپ را می‌توان به صورت زیر نشان داد (Mozaffari and Zahiri, 2014).

$$\vec{x}_i = (x_i^1, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n), i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, 1 \leq j \leq n \quad (17)$$

در معادله‌ی (۱۶)، موقعیت توپ  $i$ ام در بُعد  $d$ ام در فضای  $n$  بعدی است. هدف پیدا کردن موقعیت  $f(\vec{x})$  مینیمم تابع هدف می‌باشد که در زمان  $t$ ،  $\Phi_{ij}^d$  زاویه‌ی بین توپ  $i$ ام و توپ  $j$ ام در بُعد  $d$  به صورت رابطه‌ی قابل محاسبه می‌باشد (Mozaffari and Zahiri, 2014).

$$\Phi_{ij}^d(t) = \left( \tan^{-1} \left( \frac{f_j(t) - f_i(t)}{x_i^d(t) - x_j^d(t)} \right) \right) \quad (18)$$

المان با توجه به شرایط مرزی با هم‌دیگر ترکیب شده و در نتیجه مجموعه‌ای از معادلات خطی دیفرانسیل مرتبه اول در زمان مورد نظر حاصل می‌شود که این مجموعه با استفاده از روش حذف گاوسی حل می‌شود. اغلب راه‌حل‌های روش عناصر محدود بر پایه روش گالریکین<sup>۱</sup> استوار می‌باشد (Pinder and Gray, 1977). اساس ریاضی بکار گرفته شده در روش اجزای محدود نسبت به روش تفاضل محدود مشکل‌تر است و به صورت مثلثی شبکه‌بندی می‌شوند (Bekdas, 2015).

در این شبکه‌بندی، در هر گره پارامتر مجهول ارتفاع سطح آب محاسبه می‌گردد. معادله‌ی روش اجزاء محدود را به شرح زیر ارائه می‌شود (Chiang and Kinzelbach, 2001):

$$[G]\{h_i^{t+\Delta t}\} + \frac{1}{\Delta t}[P]\{(h_i^{t+\Delta t}) - (h_i^t)\} = \{F\} \quad (12)$$

در معادله (۱۲)،  $\{F\}$  بردار جریان،  $[G]$  ماتریس سختی کل و  $[P]$  ماتریس ذخیره می‌باشد.

### تابع هدف (بهینه‌سازی افت سطح آب در آبخوان)

با بررسی موضوعات اساسی در بررسی تغییرات کمی منابع آب زیرزمینی از جمله اندازه‌گیری پارامتر سطح آب زیرزمینی و بهینه‌سازی میزان بهره‌برداری می‌توان به مدیریت صحیح منابع آبی پرداخت. هدف این مطالعه مینیمم‌سازی افت سطح آب در آبخوان می‌باشد.

$$\min \text{OBJ} = \sum_K (h'_s - h_s) + \beta P(Q) \quad (13)$$

در معادله‌ی (۱۳) مقدار  $h'_s$  هد بدست‌آمده برای هر چاه بعد از  $t$  روز پمپاژ،  $h_s$  هد هر چاه در شبیه‌سازی،  $\beta$  عدد ثابت در این جا مقدار یک برای آن در نظر گرفته شده است،  $P(Q)$  تابع پنالتی می‌باشد. با قیود زیر رابطه‌ی (۱۳) باید برقرار گردد:

$$P(Q) = \begin{cases} Q_{\text{demand}} - \sum_k Q_k & \text{if } \sum_k Q_k < Q_{\text{demand}} \\ 0 & \text{if } \sum_k Q_k \geq Q_{\text{demand}} \end{cases} \quad (14)$$

<sup>1</sup> Galerkin



$$a_i^d(t) = \sum_{j=1}^N U(f_j(t) - f_i(t)) \cdot \sin(\Phi_{ij}^d(t)) \quad (22)$$

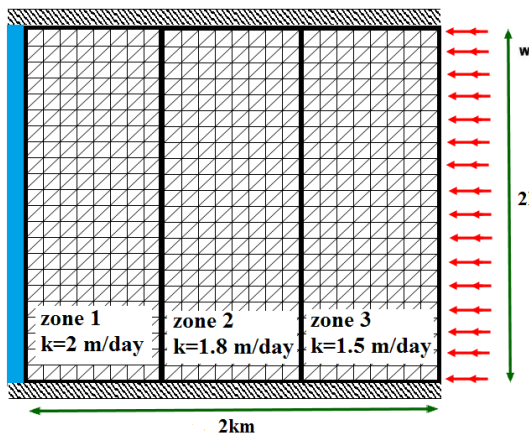
که در آن  $U$  تابع پله واحد است. سرعت توپ  $\dot{a}_m$  در بعد  $d$  نیز همانند قوانین حرکت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_i^d(t) = \frac{x_{best}^d(t) - x_i^d(t)}{\Delta t} \quad (23)$$

که در آن  $x_{best}^d$  توپی با بهترین برزندگی در کل تکرارها می‌باشد. با استفاده از قوانین حرکت بروز رسانی موقعیت توپ‌ها را محاسبه می‌نماییم (اسماعیلی و ظهیری، ۱۳۹۳).

$$x_i^d(t+1) = k_1 \cdot r_1 \cdot a_i^d(t) \cdot \Delta t^2 + k_2 \cdot r_2 \cdot v_i^d(t) \cdot \Delta t + x_i^d(t)$$

که در آن  $r_1$  و  $r_2$  دو عدد تصادفی در بازه‌ی  $[0, 1]$  هستند.  $k_1$  و  $k_2$  نیز دو ضریب جهت کنترل فرآیند الگوریتم هستند که با آزمون و خطا دو عدد ثابت در نظر گرفته شده‌اند.



شکل (۳): نمای شماتیک آبخوان مورد مطالعه

## نتایج و بحث

همان‌طور که بیان گردید، در این مطالعه جهت بهینه‌کردن افت سطح ایستابی چاه‌های پمپاژ در یک آبخوان مصنوعی از تلفیق دو روش اجزای محدود و سطوح شیبدار استفاده شد. سطح آب زیرزمینی منطقه مورد مطالعه در آبخوان ذکر شده با استفاده از روش اجزای

$$\text{for } d = 1, \dots, n \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j \quad (19)$$

مقدار  $f_i(t)$  تابع هدف برای توپ  $\dot{a}_m$  در زمان  $t$  است. جهت کاهش پیچیدگی محاسبات و جواب‌های بهینه‌تر شتاب هر توپ در هر بعد به طور جداگانه از دیگر ابعاد محاسبه می‌گردد. توپ‌ها باید به پایین‌ترین نقطه در سطح شیبدار حرکت کند به دلیل شتاب توپ‌هایی که در ارتفاع پایین‌تر قرار دارند در حل مسئله به‌کار گرفته می‌شود. بر اساس قانون دوم نیوتن بیان می‌گردد (اسماعیلی و ظهیری، ۱۳۹۳):

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (20)$$

$$a = g \cdot \sin(\Phi) \quad (21)$$

در معادله  $g$  ثابت گرانش زمین است. شتاب توپ (۲۴) در زمان  $t$  در بعد  $d$  در الگوریتم IPO با اعمال تغییرات به صورت زیر محاسبه می‌شود (اسماعیلی و ظهیری، ۱۳۹۳):

## مشخصات آبخوان مورد مطالعه

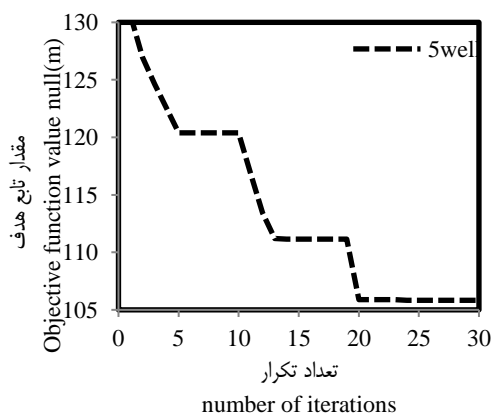
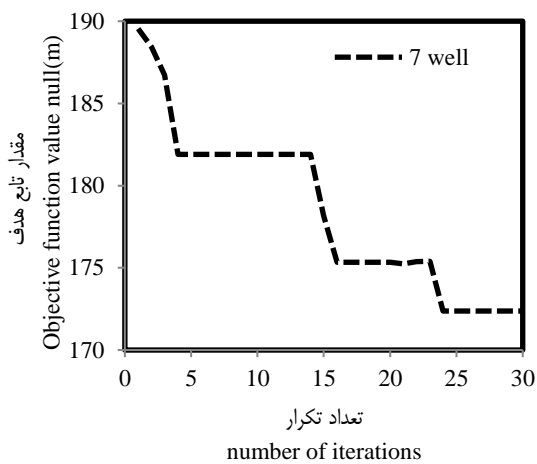
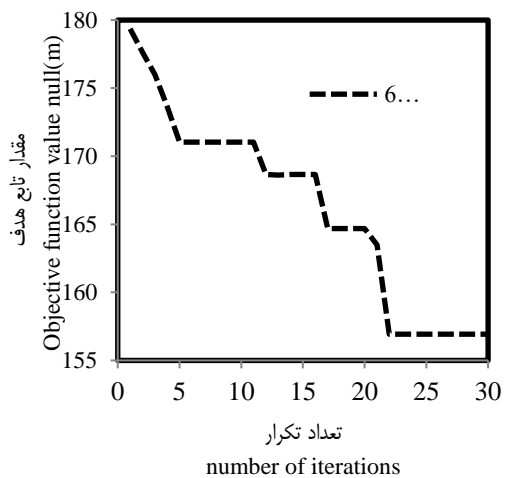
در این مطالعه یک آبخوان فرضی به مساحت ۴ کیلومتر مربع به شرح شکل (۳) در نظر گرفته شد که دارای شرایط متفاوت از نظر ضرایب هیدرودینامیکی می‌باشد. این محدوده به ۸۰۰ المان‌های مثلثی تقسیم شده است که تعداد ۲۰۰ المان شرقی منطقه هدایت هیدرولیکی برابر با ۱/۵ متر در روز، ۴۰۰ المان مرکزی هدایت هیدرولیکی برابر با ۱/۸ متر در روز و ۲۰۰ المان غربی منطقه هدایت هیدرولیکی برابر با ۲ متر در روز را دارا می‌باشد. ضخامت این آبخوان برابر با ۵۰ متر است. آبخوان فرضی در نظر گرفته شده از سمت جنوب و شمال بدون تغذیه و تخلیه می‌باشد. این آبخوان از سمت شرق تغذیه می‌شود و در قسمت غربی آبخوان نیز یک رودخانه با هد ثابت قرار دارد. دبی تغذیه از قسمت شرقی حوضه از هر گره بین صفر تا ۵۰ مترمکعب بر روز متغیر می‌باشد.

تکرار مقدار تابع هدف کاهش یافته که نشان دهنده عملکرد بهتر مدل می‌باشد. همان‌طور که نتایج نشان داده است مجموع افت چاه‌ها در ۵ حلقه چاه کم‌ترین مقدار را به خود اختصاص داده است.

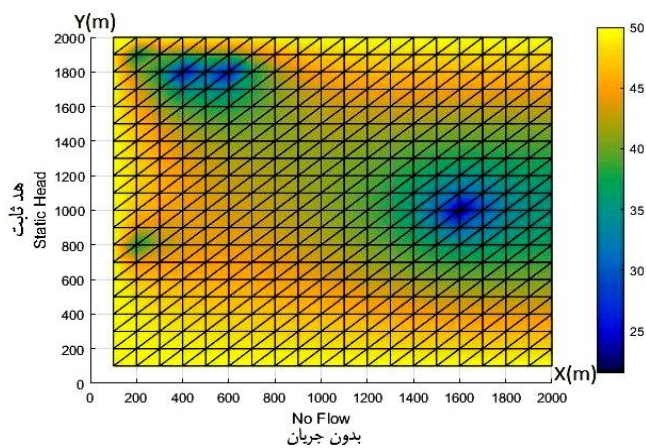
پس از تأیید عملکرد مدل بهینه‌ساز سطح آب زیرزمینی آبخوان مورد مطالعه و موقعیت چاه‌های برداشت به شرح شکل‌های ۶ و ۸ و جدول ۱ بوده است. نتایج نشان داده است که با تعداد ۵ چاه برداشت موقعیت چاه‌های برداشت ۴ چاه در ناحیه ۱ و در ضلع غربی و شمال غربی و ۱ چاه در ناحیه ۳ و در شرق آبخوان قرار دارد که بیش‌ترین افت را به میزان ۲۸/۴۹ متر به خود اختصاص داده است. همچنین در وضعیتی که از ۶ چاه برداشت استفاده گردد ۲ چاه در شرق آبخوان در ناحیه ۳ ، ۲ چاه دیگر در ناحیه ۱ و ۲ چاه جنوب غربی ناحیه ۱ آبخوان قرار دارد. بیش‌ترین افت در این حالت ۳۶/۶۴ متر مربوط به چاه شماره ۶ واقع در شرق آبخوان می‌باشد. در حالت سوم که از ۷ چاه پمپاژ استفاده گردیده است بیش‌ترین میزان افت ۳۲/۲۸ متر و در ضلع شمال شرقی آبخوان بوده است. بیش‌تر برداشت‌ها مربوط به ناحیه ۱ می‌باشد. به طور کلی بیش‌ترین چاه‌ها در موقعیت بهینه در ناحیه ۱ قرار دارند (شکل ۵).

محدود در هر گره محاسبه شده و در نهایت سیاست پمپاژ اعمال می‌گردد.

بهینه‌سازی تابع هدف با استفاده از الگوریتم سطوح شیب‌دار با حداکثر تعداد تکرار برابر با ۳۰ تکرار انجام گردید. در این مطالعه تعداد ۵، ۶ و ۷ حلقه چاه فعال به عنوان چاه‌های برداشت در نظر گرفته شده است که هر عضو از جمعیت ابتدا موقعیت یک گره را به عنوان چاه برداشت انتخاب نموده و پس از تعیین حریم این چاه، تعداد گره‌هایی که در حریم چاه انتخابی قرار می‌گیرند از مجموعه گره‌های قابل انتخاب حذف می‌شود. این مراحل برای تمامی چاه‌های باقی‌مانده نیز تکرار می‌شود و با این روش هیچ دو چاهی در حریم یکدیگر قرار نمی‌گیرند. در این تحقیق تابع هدف مورد استفاده کاهش میزان افت سطح آب زیرزمینی در مجموع گره‌های آبخوان در نظر گرفته شد. لازم به ذکر است که قبل از این که هر عضو از جمعیت گره‌ای را انتخاب کند، گره‌های موجود در چهار ضلع آبخوان از مجموع گره‌های قابل انتخاب حذف شده‌اند. بدین معنی که هیچ یک از اعضای جمعیت نمی‌توانند در این گره‌ها (مرزهای آبخوان) موقعیتی را اخذ کنند. عملکرد الگوریتم در ۳۰ تکرار به شرح شکل (۴) می‌باشد. همان‌طور که از این شکل مشخص می‌باشد، با افزایش



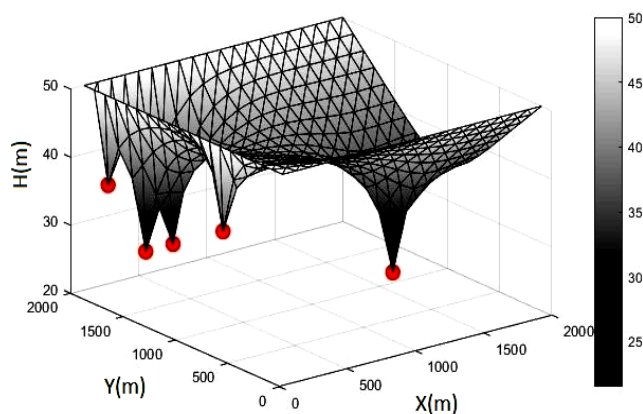
شکل (۴): عملکرد مدل بهینه‌سازی افت سطح آب زیرزمینی



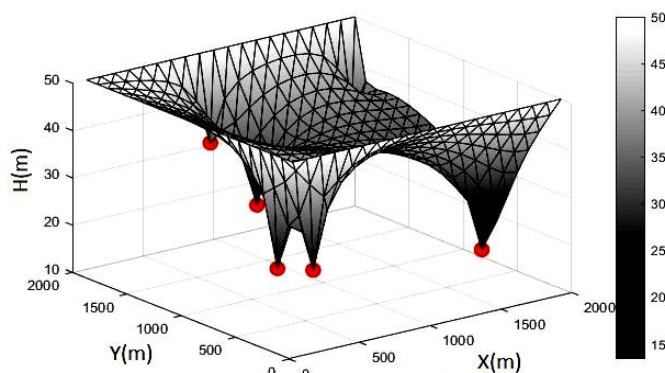
شکل (۵): نتایج درون باری سطح آب زیرزمینی آبخوان مورد بررسی با وجود ۵ حلقه چاه برداشت (متر)

جدول (۱): مختصات بهینه ۷ چاه‌ها و مقادیر سطح آب زیرزمینی در نقاط مرزی با هد ثابت و بدن جریان

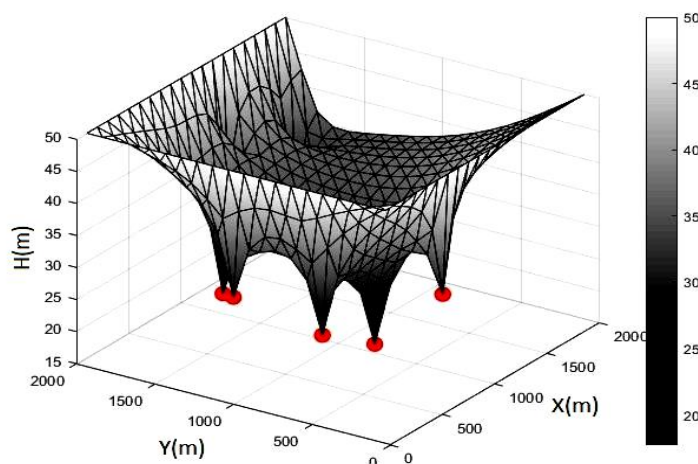
تعداد چاه‌ها	شماره‌ی چاه	مختصات چاه‌ها در محور قائم (متر)	مختصات چاه‌ها در محور افق (متر)
۵	۱	۱۹۰۰	۲۰۰
	۲	۸۰۰	۲۰۰
	۳	۱۸۰۰	۴۰۰
	۴	۱۸۰۰	۶۰۰
	۵	۱۰۰۰	۱۶۰۰
۶	۱	۵۰۰	۳۰۰
	۲	۳۰۰	۴۰۰
	۳	۱۹۰۰	۹۰۰
	۴	۱۶۰۰	۱۰۰۰
	۵	۱۹۰۰	۱۹۰۰
۷	۶	۷۰۰	۱۹۰۰
	۱	۷۵۰۰	۳۰۰
	۲	۷۰۰	۴۰۰
	۳	۲۰۰	۸۰۰
	۴	۱۶۰۰	۸۰۰
	۵	۷۰۰	۹۰۰
	۶	۱۹۰۰	۱۳۰۰
۷	۱۸۰۰	۱۸۰۰	



شکل (۶): نتایج سه بعدی تغییرات آب زیرزمینی آبخوان مورد بررسی با وجود ۵ حلقه چاه برداشت



شکل (۷): نتایج سه بعدی تغییرات آب زیرزمینی آبخوان مورد بررسی با وجود ۶ حلقه چاه برداشت



شکل (۸): نتایج سه بعدی تغییرات آب زیرزمینی آبخوان مورد بررسی با وجود ۷ حلقه چاه برداشت

ارزیابی عملکرد مدل شبیه‌ساز اجزای محدود خطای میانگین، خطای میانگین مطلق و خطای جذر میانگین مربعات به‌عنوان معیارهایی برای تشخیص عملکرد مدل استفاده شدند که در روابط (۲۵) تا (۲۷) ارائه می‌گردد.

$$ME = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (\hat{h}_o - h_s)}{m \times n} \quad (25)$$

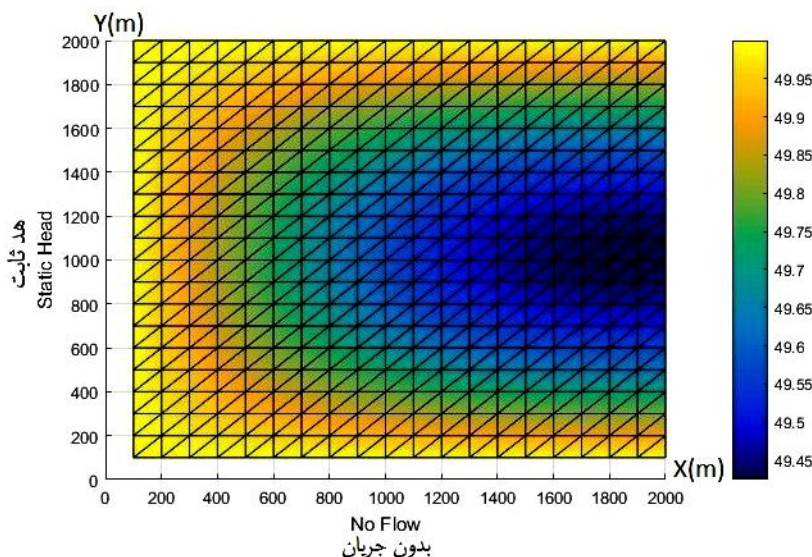
$$MAE = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |\hat{h}_o - h_s|}{m \times n} \quad (26)$$

$$RSME = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (\hat{h}_o - h_s)^2}{m \times n}} \quad (27)$$

با توجه به شکل‌های ۶، ۷ و ۸ مشاهده می‌شود که اعضای جمعیت در الگوریتم استفاده شده در این تحقیق تمایل به انتخاب موقعیت‌هایی نزدیک به ضلع غربی آبخوان (در نزدیکی رودخانه با هد ثابت) داشته و چاه‌های برداشت را در این گره‌ها مکان‌یابی کرده است. با این مکان‌یابی میزان افت سطح آب زیرزمینی آبخوان در مجموع گره‌ها به حداقل می‌رسد. لازم به ذکر است که در آبخوان فرضی مورد مطالعه حداکثر افت ۲۸/۴۹ متر در ضلع غربی آبخوان می‌باشد.

شده از مدل شبیه‌ساز اجزای محدود با سطح مشاهده‌ای فرضی جهت اعتبارسنجی در شکل (۹) و خطای ذکر شده جدول (۲) ارائه گشته‌اند.

که در آن  $h_s$  و  $\hat{h}_o$  به ترتیب سطح آب زیرزمینی مشاهده شده و مدل‌سازی شده است،  $m, n$  تعداد المان‌ها در آبخوان و تعداد گام زمانی فرضی می‌باشد (-Sadeghi)



شکل (۹): نتایج درون‌یابی سطح آب زیرزمینی آبخوان بدون چاه پمپاژ (متر)

جدول (۲): محاسبه خطای میانگین، مطلق میانگین و جذر میانگین مربعات (متر)

خطای میانگین (ME)	۰/۱۶۵
Mean Error	۰/۱۶۵
خطای مطلق میانگین (MAE)	۰/۱۶۵
Mean Abstract Error	۰/۱۶۵
خطای جذر میانگین مربعات (RMSE)	۰/۲۲۴
Root Mean Square Error	۰/۲۲۴

جهت ورود این داده‌ها به مدل بهینه‌ساز الگوریتم سطوح شیب‌دار می‌باشد

با توجه به مقادیر جدول (۲) مقدار خطای جذر میانگین در بازه‌ی قابل قبول است، بنابراین روش استفاده شده جهت شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی کارآمد و دقیق می‌باشد. بررسی دقت و خطای روش اجزای محدود، سطح آب زیرزمینی مدل‌سازی شده از این روش با آب زیرزمینی مشاهده شده در پی‌زومترهای آبخوان در جدول (۳) نشان داده شده است. مقایسه‌ی سطح آب زیرزمینی مدل‌سازی شده با آب زیرزمینی مشاهده شده در آبخوان فرضی نشان از قدرت بالای روش عددی به کارگرفته شده



جدول (۳): مقایسه‌ی نتایج مدل‌سازی شده اجزای محدود و داده‌های مشاهداتی در چاه‌ها

تعداد چاه‌ها	شماره‌ی چاه	سطح آب قبل پمپاژ، ho مشاهده‌ای فرضی، (متر)	سطح آب قبل پمپاژ شبه‌سازی شده، hs (متر)	سطح بهینه‌ی آب پس از پمپاژ (متر)	خطای نسبی، (متر) $\times 10^{-5}$
۵	۱	۵۰	۴۹/۹۹	۳۵/۰۴	۲
	۲	۵۰	۴۹/۹۵	۳۶/۲۶	۱۰
	۳	۵۰	۴۹/۹۵	۲۵/۴۰	۱۰
	۴	۵۰	۴۹/۹۲	۲۵/۴۶	۱۰
	۵	۵۰	۴۹/۴۴	۲۱/۵۱	۱۱۲
۶	۱	۵۰	۴۹/۹۳	۲۲/۴۶	۱۲
	۲	۵۰	۴۹/۹۴	۲۳/۲۵	۱۰
	۳	۵۰	۴۹/۹۴	۳۱/۹۸	۱۰
	۴	۵۰	۴۹/۷۵	۲۰/۸۷	۴۲
	۵	۵۰	۴۹/۹۱	۳۱/۱۹	۱۵
۷	۶	۵۰	۴۹/۵۰	۱۳/۳۶	۸۳
	۱	۵۰	۴۹/۹۰	۲۷/۵۸	۱۴
	۲	۵۰	۴۹/۸۴	۲۳/۸۸	۲۳
	۳	۵۰	۴۹/۶۷	۲۹/۶۴	۴۷
	۴	۵۰	۴۹/۸۰	۲۰/۸۳	۲۹
	۵	۵۰	۴۹/۸۵	۱۷/۷۲	۲۱
	۶	۵۰	۴۹/۹۲	۳۲/۴۳	۱۱
۷	۵۰	۴۹/۸۳	۲۵/۵۵	۲۴	

### نتیجه‌گیری

بهره‌گیری از این روش می‌تواند با وجود چاه‌های برداشت موجود در آبخوان با دبی و موقعیت مشخص، موقعیت بهینه چاه جدید را مشخص نمود. نتایج این مطالعه نشان‌دهنده است میزان افت در چاه شماره ۵ در ۳ حالت مقدار قابل ملاحظه‌ای بوده است. و مقدار تجمعی افت در چاه‌ها در حالتی که ۵ چاه پمپاژ در آبخوان قرار دارند نسبت به دو حالت دیگر کمتر بود و به عنوان حالت بهینه انتخاب شد.

در این مطالعه مدل تلفیقی شبه‌سازی عددی با گسسته‌سازی اجزای محدود، بر اساس مدل بهینه‌سازی الگوریتم سطوح شیب‌دار ارائه شد. با توجه به دقت بالا، کارایی و صرفه‌جویی زمانی در مدل‌سازی، مدل FEM-IPO می‌تواند به عنوان یک مدل بهینه جهت بهره‌برداری بهینه از آبخوان استفاده گردد. نتایج نشان داد که استفاده همزمان از الگوریتم سطوح شیب‌دار و اجزای محدود می‌تواند در یافتن موقعیت مناسب چاه‌های برداشت در جهت کاهش افت سطح آب زیرزمینی کمک شایانی نماید. از طرفی در صورت نیاز به حفر چاه جدید در آبخوان، با



## منابع

- اسدی، ن؛ کاکلی، م؛ و جمور، رضا. ۱۳۹۵. افت سطح آب زیرزمینی و شیوه برداشت جبران‌گر در آبخوان دشت الشتر استان لرستان. مجله مخاطرات محیط طبیعی. دوره ۵. شماره ۹. صص ۱۲۶-۱۰۷.
- اسماعیلی، م. ر؛ و ظهیری، س. ج. ۱۳۹۳. تشخیص صرع در سیگنال *EEC* با استفاده از ویژگی طول خط و طبقه بندی مبتنی بر الگوریتم *IPO*، دومین کنفرانس بین المللی بازشناسی الگو و تحلیل تصویر ایران، دانشگاه گیلان.
- گنجی خرمدل، ن؛ کیخایی، ف. ۱۳۹۵. طراحی بهینه چاه‌های مشاهده‌ای در یک شبکه پایش سطح آب زیرزمینی با استفاده از الگوریتم فوق ابتکاری ژنتیک، پژوهش‌نامه مدیریت حوزه آبخیز، دوره ۷، شماره ۱۴، صص ۱۶۶-۱۵۹.
- نخعی، م؛ محمدی، خ؛ و رضایی، ج. ۱۳۹۴. بهینه‌یابی مدل عددی برداشت از آبخوان با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مطالعه موردی آبخوان ساحلی ارومیه، یادداشت فنی مجله‌ی تحقیقات منابع آب ایران، دوره ۱۰، شماره ۲، صص ۲۰-۱۱.
- شوریان، م؛ و داودی، س. م. ج. (۱۳۹۶). طراحی و ظرفیت بهینه چاه‌های پمپاژ زهکشی با هدف افت سطح آب زیرزمینی، مجله‌ی آب و فاضلاب، دوره ۲۸، شماره ۵، صص ۸۳-۶۹.
- Azadi, S., Amiri, H., Ataei, P., and S. Javadpour. 2020. Optimal design of groundwater monitoring networks using gamma test theory. *Hydrogeology Journal*, <https://doi.org/10.1007/s10040-020-02115-Z>.
- Asefa T., Kemblowski M.W. Urroz G., McKee M., and A. Khalil. 2004. Support vectors-based groundwater head observation networks design. *Water Resources Research*, 40(11), 1-9.
- Anderson, M., Woessner W., and R. Hun. 2015. *Applied Groundwater Modeling Second Edition: Simulation of Flow and advective Transport in 2nd*. Academic Press, 133-135.
- Bekdas, G. 2015. Harmony Search Algorithm Approach for Optimum Design of PostTensioned Axially Symmetric Cylindrical Reinforced Concrete Walls. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 164, 342-358.
- Chiang, W.H. and W. Kinzelbach. 2001. 3D groundwater modeling with PMWIN, ed. F. Edition. Vol. ISBN 3-45067744. Springer Berlin Heidelberg New York.
- Elci, A. and M. Ayvaz. 2018. Identification of the optimum groundwater quality monitoring network using a genetic algorithm-based optimization approach. *Journal of Hydrology*, 563 (2018) 1078–1091.
- Elci, A. and M. Ayvaz. 2014. Differential-evolution algorithm best optimization for the site selection of groundwater production wells with the consideration of the vulnerability concept. *Journal of Hydrology*, 511, 736-749.
- Fan, Y., Lu, W., Miao, T., An, Y., Li, J., and J. Luo. 2020. Optimal design of groundwater pollution monitoring network based on the SVR surrogate model under uncertainty. *Journal of Environmental Science and Pollution Research*. <https://doi.org/10.1007/s11356-020-08758-5>
- Ketabchi, H., and B. Ashtiani. 2010. Development of the ant colony optimization algorithm combined with a numerical simulation model for coastal aquifers 'optimum management. *Journal of Water Resources Research*, 1(1), 1-12.
- Khader A.I., and M. Mckee. 2014. Use of a relevance vector machine for groundwater quality monitoring network design under uncertainty. *Environmental Modelling and Software*, 75, 115-126
- Mahjoub H., Mohammadi M. and M. Parsinejad. 2011. Conjunctive use modeling of groundwater and surface water. *Journal of Water Resource and Protection*, 3(10), 726-734.
- Mozaffari, M.H., and S.H. Zahiri. 2014. Unsupervised data and histogram clustering using Inclined Planes system Optimization algorithm. *Image Analysis and Stereology*, 33.
- Pinder, G.F., and W.G. Gray. 1977. *Finite element simulation in surface and subsurface hydrology*, New York, NY.: Academic Press.



Rafipour-Langeroudi M., Kerachian M., and MR. Bazargan-Lari. 2014. Developing operating rules for conjunctive use of surface and groundwater considering the water quality issues. *Journal of Civil Engineering*, 15(2), 454-461.

Shamsaei A., and A. Forghani. 2011. Conjunctive use of surface and groundwater resources in dry regions. *Journal of Water Resources Research*, 1(2), 26-36.

Steward D.R., and A.J. Allen. 2013. The analytic element method for rectangular gridded domains, benchmark comparisons and application to the high plain's aquifer. *Advances in Water Resources*, 60, 89-99.

Sadeghi-tabas S., Samadi S.Z., Akbarpour, A., and M. Pourreza-Bilondi. 2016. Sustainable groundwater modeling using single-and multi-objective optimization algorithms. *Journal of Hydroinformatics*, 18(5), 1-18.

Wang H.F., and M.P. Anderson. 1955. *Introduction to groundwater modeling: finite difference and finite element methods*. Academic Press.



## Integration of finite element method and inclined planes system optimization algorithm in minimizing groundwater level reduction

Zahra Baazm<sup>1</sup>, Abolfazl Akbarpour<sup>2\*</sup>

### Abstract

Groundwater resource management to meet human water needs and reduce the drop in groundwater levels due to uncontrolled abstraction, is one of the important issues of the country. Therefore, in this study, the simulation-optimization model (FEM-IPO) was used to manage the operation of the aquifer. The mathematical model of the aquifer groundwater flow was performed using finite element numerical simulation. In order to find the optimal location of wells and reduce the drop level, the optimal model of the aquifer was prepared using the slope algorithm. The results show that the western and northwestern areas of the plain have more potential for digging pumping wells. Also in the studied aquifer and according to the defined water requirement, 5 wells located on the west and northwest sides with a maximum drop of 28.49 meters has been the most optimal model for exploiting the aquifer. In this study, the water level calculated by the finite element model was compared with the observational water level of the model, so that the relative error and the root mean square error were 0.00024 and 0.224, respectively, which indicates the high accuracy of the model. Also, due to high accuracy, efficiency and time saving in modeling, FEM-IPO model can be used as a model for optimal operation of the aquifer.

**Keywords:** Numerical model, Groundwater level, Ultra-innovative algorithm.

---

1 Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran  
Email: z.baazm@birjand.ac.ir

2 Professor of Civil Engineering Department, University of Birjand., Birjand, Iran Email: akbarpour@birjand.ac.ir